

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Ivan Krcatović

Zagreb, 2013.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Ivica Smojver

Student:

Ivan Krcatović

Zagreb, 2013

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno i odgovorno uz stručnu pomoć mentora Prof. dr. sc. Ivice Smojvera, koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Ivan Krcatović

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA	V
SAŽETAK.....	1
SUMMARY	2
1 UVOD	3
2 MODEL UKRUĆENE TANKOSTIJENE GREDE	4
2.1 Princip izvođenja analize.....	4
2.2 Izotropni materijali (Metoda 1)[1].....	5
2.3 Ortotropni materijali (Metoda 2)	7
2.4 Ortotropni materijali (Metoda 3)	10
3 MATERIJAL.....	13
4 GEOMETRIJA KRILA.....	16
5 OPTEREĆENJE.....	18
6 ANALIZA	21
6.1 Metoda 1 (izotropan materijal)	23
6.2 Metoda 2 (kompozitni materijal).....	30
6.3 Metoda 2 (izotropan materijal)	39
6.4 Metoda 3 (kompozitni materijal)	39
7 ZAKLJUČAK	46
LITERATURA.....	48

POPIS SLIKA

Slika 2.1.	Primjer ukrućenih konstrukcija [3]	3
Slika 2.2.	Stvarni i idealizirani poprečni presjek krila [3]	3
Slika 2.3.	Idealizacija panela [3]	4
Slika 2.4.	Ojačana tankostijena greda [2]	5
Slika 2.5.	L-profil [2]	7
Slika 2.6.	Raspodjela sila i momenata koji djeluju na L-profil [2]	8
Slika 2.7.	Presjek ramenjače [3]	9
Slika 2.8.	Tanka pravokutna greda [2]	10
Slika 3.1.	Orijentacija slojeva unutar kompozita	13
Slika 3.2.	Raspodjela slojeva u kompozitu [2]	14
Slika 4.1.	Aeroprofil NACA 0014 (bezdimenzijski prikaz) [3]	15
Slika 4.2.	Trapezno krilo (XFLR5)	16
Slika 5.1.	Raspodjela koeficijenta uzgona (C_l) po rasponu krila	17
Slika 5.2.	Konvergencija koeficijenta uzgona u ovisnosti o broju panela po rasponu krila	18
Slika 5.3.	Raspodjela koeficijenta uzgona po rasponu krila	19
Slika 6.1.	Matematički definirano krilo [mm]	20
Slika 6.2.	Diskretizirano krilo (<i>boomovi</i>)	21
Slika 6.3.	Dijagram položaja težišta presjeka krila [m]	23
Slika 6.4.	Dijagram ovisnosti momenta tromosti I_{yy} o rasponu [mm ⁴]	23
Slika 6.5.	Dijagram ovisnosti momenta tromosti I_{zz} o rasponu [mm ⁴]	24
Slika 6.6.	Promjena krutosti krila EI_{yy} ovisno o rasponu [Nm ⁴]	24
Slika 6.7.	Promjena krutosti krila EI_{zz} ovisno o rasponu [Nm ⁴]	25
Slika 6.8.	Raspodjela sile uzgona po polukrilu [N]	26
Slika 6.9.	Linija progiba aluminijskog krila [m]	27
Slika 6.10.	Raspodjela momenata savijanja po polukrilu [Nm]	27
Slika 6.11.	Dijagram položaja težišta presjeka krila [m]	31
Slika 6.12.	Promjena sume krutosti uzdužnica $\widehat{EI}_{yy,uz}$, u ovisno o rasponu [Nm ²]	31

Slika 6.13.	Promjena sume krutosti uzdužnica $\widehat{EI}_{zz,uz}$ u ovisno o rasponu [Nm^2]	32
Slika 6.14.	Promjena momenta tromosti oplata $I_{yy,op}$ ovisno o rasponu [mm^4]	32
Slika 6.15.	Promjena momenta tromosti oplata $I_{zz,op}$ u ovisnosti o rasponu [mm^4]	33
Slika 6.16.	Promjena krutosti krila \widehat{EI}_{yy} ovisno o rasponu [Nm^2]	34
Slika 6.17.	Promjena krutosti krila \widehat{EI}_{zz} ovisno o rasponu [Nm^2]	34
Slika 6.18.	Linija progiba kompozitnog krila [m]	35
Slika 6.19.	Raspodijela momenata savijanja po polukrilu [Nm]	35
Slika 6.20.	Dijagram položaja težišta presjeka krila [m]	39
Slika 6.21.	Promjena sume krutosti oplata $\widehat{EI}_{yy,op}$ ovisno o rasponu [Nm^2]	39
Slika 6.22.	Promjena sume krutosti oplata $\widehat{EI}_{zz,op}$ ovisno o rasponu [Nm^2]	40
Slika 6.23.	Promjena krutosti krila EI_y ovisno o rasponu	40
Slika 6.24.	Promjena krutosti krila EI_z ovisno o rasponu	41
Slika 6.25.	Linija progiba kompozitnog krila [m]	41
Slika 6.26.	Raspodijela momenata savijanja po rasponu krila [Nm]	42

POPIS TABLICA

Tablica 3.1	Orijentacija slojeva unutar kompozita[1]	12
Tablica 4.1.	Geometrijska svojstva krila	15
Tablica 6.1	Svojstva aluminijske legure Al2024[5]	22
Tablica 6.2	Naprezanja u uzdužnicama (Aluminij metoda 1)	28
Tablica 6.3	Mehanička svojstva kompozitnog materijala [1]	29
Tablica 6.4	Mehanička svojstva izotropnog materijala (Al2024 metoda 2)	36
Tablica 6.5	Naprezanje u uzdužnicama (CFRP za metodu 2)	38
Tablica 6.6	Naprezanje u uzdužnicama (CFRP za metodu 3)	42
Tablica 6.7	Usporedba rezultata analiza	43
Tablica 6.8	Usporedba naprezanja	44

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A	m^2	Površina pojedine uzdužnice
\mathbf{A}	N/m	Matrica istezne krutosti
B	m^2	Koncentrirana površina
\mathbf{B}	N	Matrica spregnute krutosti
b	m	Raspon krila
B	m	Korak uzdužnica
C_l	-	Koeficijent uzgona
c_0	m	Duljina korijene tetive krila
\mathbf{D}	Nm	Matrica savojne krutosti
E	N/m^2	Modul elastičnosti
E_1	N/m^2	Modul elastičnosti kompozita u smjeru osi 1
E_2	N/m^2	Modul elastičnosti kompozita u smjeru osi 2
$E_{1,op}$	N/m^2	Modul elastičnosti kompozita za oplatu u smjeru osi 1
\widehat{EA}	N	Vlačna krutost kompozitne grede
\widehat{EA}_m	N	Vlačna krutost m -te kompozitne uzdužnice
\widehat{EA}_r	N	Vlačna krutost uzdužnica na spoju ramenjača s oplatom
$\widehat{EA}_{i,uz}$	N	Vlačna krutost i -te uzdužnice
\widehat{EI}_{yy}	Nm^2	Savojna krutost krila oko osi y
$\widehat{EI}_{yy,op}$	Nm^2	Savojna krutost oplata oko osi y
$\widehat{EI}_{yy,uz}$	Nm^2	Savojna krutost uzdužnica oko osi y
\widehat{EI}_{zz}	Nm^2	Savojna krutost krila oko osi z
$\widehat{EI}_{zz,op}$	Nm^2	Savojna krutost oplata oko osi z
$\widehat{EI}_{zz,uz}$	Nm^2	Savojna krutost uzdužnica oko osi z
G_{12}	N/m^2	Modul smicanja kompozitnog materijala
h_0	m	Debljina jednog sloja
h	m	Debljina kompozitnog laminata
I_{yy}	m^4	Moment tromosti presjeka krila oko osi y
I_{zz}	m^4	Moment tromosti presjeka krila oko osi z

M_y	Nm	Moment savijanja oko osi y
\hat{N}	N	Aksijalna sila
$\hat{N}_{x,m}$	N	Aksijalna sila u m -toj uzdužnici
\mathbf{Q}	N/m ²	Reducirana matrica krutosti
q_L	N/m	Raspodijeljeno opterećenje po krilu
S	m ²	Površina krila
\mathbf{T}_σ	-	Matrica transformacije tenzora naprezanja
\mathbf{T}_ϵ	-	Matrica transformacije tenzora deformacija
t_D	m	Debljina oplata
V	m/s	Brzina slobodne struje zraka
w	m	Progib grede u smjeru osi z
y_m	m	Položaj m -te uzdužnice u koordinatnom sustavu težišta
y_T	m	y – koordinata težišta presjeka krila
z_m	m	Položaj m -te uzdužnice u koordinatnom sustavu težišta
z_T	m	z – koordinata težišta presjeka krila
α	m/N	Matrica istezne podatljivosti kompozita
β	1/N	Matrica spregnute podatljivosti kompozita
δ	1/(Nm)	Matrica savojne podatljivosti kompozita
ϵ_x^0	-	Aksijalna deformacija srednje linije
ν	-	Poissonov koeficijent
ν_{12}	-	Poissonov koeficijent kompozitnog materijala
ρ	kg/m ³	Gustoća zraka
ρ_y	m	Radijus zakrivljenosti linije progiba oko osi y
ρ_z	m	Radijus zakrivljenosti linije progiba oko osi z
$\sigma_{i,x}$	N/m ²	Normalno naprezanje u smjeru osi x i -te uzdužnice
$I_{yy,op}$	m ⁴	Moment tromosti presjeka oplata oko osi y
$I_{zz,op}$	m ⁴	Moment tromosti presjeka oplata oko osi z
z_t	mm	Debljina aeroprofila ovisno o mjestu duž tetive
$\sigma_{i,x}$	N/mm	Naprezanje u uzdužnicama

SAŽETAK

Zadatak ovog rada je proračun čvrstoće trapeznog krila koji treba izvršiti pomoću metoda koje su definirane u već postojećim radovima. Proračun analize je izvršen u programskom paketu *Mathematica*.

Prvo poglavlje je uvod.

U drugom poglavlju se prikazuju teorijske osnove za izradu analize čvrstoće krila lakog aviona s trapeznim krilom.

Treće poglavlje opisuje karakteristike materijala korištenih za izradu krila. Materijali korišteni pri analizi su ugljik/epoksi kompozit i aluminijska legura Al2024. Oba materijala su često korištena u zrakoplovstvu.

Geometrija i značajke trapeznog krila su opisane u četvrtom poglavlju.

Peto poglavlje opisuje opterećenje krila i pretpostavke korištene u proračunu opterećenja kao i interpolacijske polinome koeficijenta uzgona. Podatci za interpolaciju su dobiveni iz aerodinamičke analize izvršene u programu XFLR5. Interpolacija polinoma je izvršena u programskom paketu MATLAB.

Na kraju u šestom poglavlju se opisuju sve analize te komentiraju dobiveni rezultati svih analiza.

Kao suma svega na kraju rada je dan zaključak.

Ključne riječi: Analiza kompozitnih konstrukcija, konstrukcija krila, NACA profil, savijanje, trapezno krilo.

SUMMARY

The aim of this work is the calculation of strength trapezoidal wings to be carried out using methods that are defined in the existing works. Budget analysis was performed in Mathematica.

The first chapter is an introduction.

The second chapter presents the theoretical basis for analysis of the strength of the wing light aircraft with a trapezoidal wing.

The third chapter describes the characteristics of the materials used for making wings. Materials used in the analysis of the carbon / epoxy composite and aluminum alloy Al2024. Both materials are widely used in aviation.

Geometry and features trapezoidal wings are described in the fourth chapter.

The fifth chapter describes the load wing and assumptions used in the calculation load and interpolation polynomials coefficient of lift. The data for interpolation are obtained from aerodynamic analysis performed in XFLR5. Polynomial interpolation is done in MATLAB.

At the end of the sixth chapter describes all analyzes and comments on the results of the analysis.

As the sum of all at the end of the day conclusion.

Keywords: Analysis of composite construction, wings, NACA profile, bending, trapezoidal wing.

1 UVOD

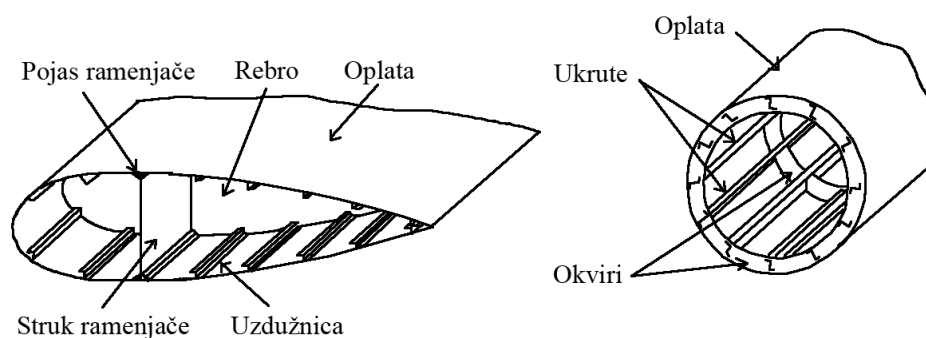
Nastanak nove konstrukcije započinje kao ideja konstruktora koja se razvija s vremenom. Razvoj ideje prati niz nepoznanica i pitanja na koje treba odgovoriti, također treba voditi računa o ograničenjima i zahtjevima na konstrukciju. Proizvodnja konstrukcije mora biti što je moguće jednostavnija i jeftinija. Navedeni primjeri su samo djelić procesa konstruiranja nove konstrukcije što ukazuje na složenost postupka. Da stvar bude kompliciranija sve to treba obaviti u što kraćem vremenu. Prve faze konstruiranja su i najkritičnije, mogućnost da konstruktor raspolaže većim brojem informacija daje mu mogućnost za bolji krajnji proizvod. Upravo ta činjenica je nit vodilja ovog rada.

U ovom radu sam pokušao pomoću već postojećih analitičkih postupaka (Metoda 1, Metoda 2, Metoda 3) [1] pojednostavniti konstrukciju krila koja je sama po sebi složena. Pri izradi rada sam pokušao model krila napraviti što je moguće fleksibilnijim. Pod time mislim na mogućnost mijenjanja što većeg broja varijabli tako da pri početnim fazama projektiranja konstruktor može provjeriti veći broj konstrukcija u relativno kratkom vremenu. Algoritam koji je razvijen omogućava promjenu većeg broja varijabli, na primjer promjenu duljine tetive, promjenu profila, promjenu broja uzdužnica itd., što omogućava dobivanje velikog broja rješenja za različite konstrukcije. Konkretno, u ovom radu se računa progib trapeznog krila i naprezanja u uzdužnicama i ramenjačama prilikom savijanja uslijed djelovanja sile uzgona.

Krilo je izrađeno od aluminijske legure Al 2024 i ugljik/epoksi kompozita. Također je napravljen program koji na teorijskim osnovama iz [2] mijenja svojstva kompozita promjenom orijentacije slojeva te ostavlja mogućnost promjene materijala vlakana. Opterećenje krila je proračunato u programu XFLR5. Provjera točnosti algoritma vršena je usporedbom s već postojećim rezultatima koje je dobio Ivan Turčinović u svom diplomskom radu u kojem je proračunavao pravokutno krilo s profilom NACA 0014.

2 MODEL UKRUĆENE TANKOSTIJENE GREDE

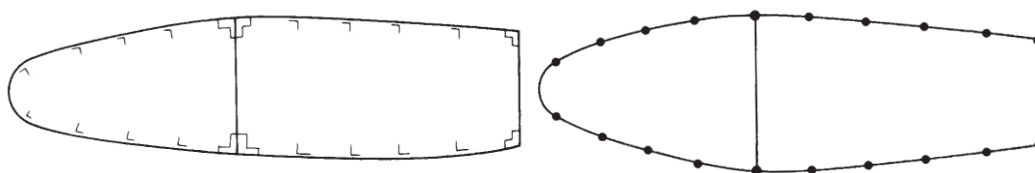
Tankostijene konstrukcije se koriste u zrakoplovstvu zbog povoljnog omjera težine i krutosti. Glavni nositelji opterećenja su elementi koji ojačavaju unutarnju konstrukciju u slučaju krila i trupa to su uzdužnice, ramenjače, ojačani nosači, rebra itd. Takve konstrukcije mogu se promatrati kao tankostijene grede. Greda je idealizirana tako da se umjesto uzdužnica pretpostave koncentrirane površine. Također se pretpostavlja da uzdužnice nose svo savojno opterećenje, dok oplata nosi smično opterećenje. [3]



Slika 2.1. Primjer ukrućenih konstrukcija [3]

2.1 Princip izvođenja analize

Presjek krila je znatno veći od presjeka uzdužnice, iz tog razloga uzdužnice se diskretiziraju kao koncentrirane površine na srednjoj liniji oplata. Naprezanje na presjeku uzdužnica je konstantno što također proizlazi iz velike razlike u dimenzijama. Na Slici 2.2 [3] je prikazana diskretizacija za slučaj krila ojačanog uzdužnicama.



Slika 2.2. Stvarni i idealizirani poprečni presjek krila [3]

Iako je navedeno da oplata nosi smična opterećenja, u stvarnosti ona nosi i normalna opterećenja. Zbog toga se izračunava ekvivalentna površina koja odgovara površini oplata koja nosi normalna opterećenja. Izračun tih ekvivalentnih površina ovisi o obliku raspodjele normalnih naprezanja u presjeku krila. Metode korištene u ovom radu su razvijene za potrebe

diplomskog rada Ivana Turčinovića [1]. Metode su prvobitno razrađene za proračun čvrstoće pravokutnog krila, a u ovom radu su nadograđene te se koriste za proračun trapeznog krila.

2.2 Izotropni materijali (Metoda 1)[1]

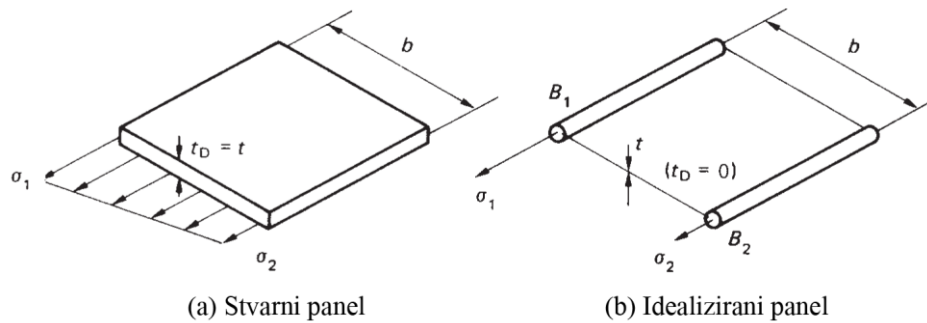
Za izotropne materijale koristi se metoda opisana u referenci [3]. Želimo idealizirati panel u kombinaciju uzdužnica koje nose normalna naprezanja i oplatu koja nosi posmična naprezanja, Slika 2.3. Idealizacija se izvodi tako da pretpostavi linearna promjena naprezanja od σ_1 do σ_2 . Budući da je opterećenje uslijed kojeg se javlja normalno naprezanje u stvarnom i idealiziranom panelu jednako, možemo izjednačiti njihove momente dobiti izraze za ekvivalentne površine B_1 i B_2 .

$$\sigma_2 t_D \frac{b^2}{2} + \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) t_D b \frac{2}{3} b = \sigma_1 B_1 b. \quad (2.1)$$

Iz jednadžbe (2.1) proizlaze izrazi:

$$B_1 = \frac{t_D b}{6} \left(2 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right), \quad (2.2)$$

$$B_2 = \frac{t_D b}{6} \left(2 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right). \quad (2.3)$$



Slika 2.3. Idealizacija panela [3]

Konačna ekvivalentna površina i -tog boom-a jednaka je:

$$B_i = A_i + \frac{t_D b_i}{6} \left(2 + \frac{\sigma_{i+1}}{\sigma_i} \right) + \frac{t_D b_{i-1}}{6} \left(2 + \frac{\sigma_{i-1}}{\sigma_i} \right). \quad (2.4)$$

U gornjoj jednadžbi A_i je površina poprečnog presjeka i -te uzdužnice, a b_i udaljenost između dva boom-a, kao što se vidi na slici 2.3. Omjeri udaljenosti susjednih boom-ova od središnje osi presjeka jednake su omjerima pretpostavljenih naprezanja. Iz toga slijedi da za aksijalno opterećenje vrijedi $\sigma_1/\sigma_2 = 1$ i $B_1 = B_2 = t_D b/2$, a za čisto savijanje $\sigma_1/\sigma_2 = -1$ i

$B_1 = B_2 = t_D b/6$ [3].

Položaj težišta presjeka računa se prema jednadžbama:

$$y_T = y_0 + \frac{\sum_{m=1}^M B_m (y_m - y_0)}{\sum_{m=1}^M B_m}, \quad (2.5)$$

$$z_T = z_0 + \frac{\sum_{m=1}^M B_m (z_m - z_0)}{\sum_{m=1}^M B_m}. \quad (2.6)$$

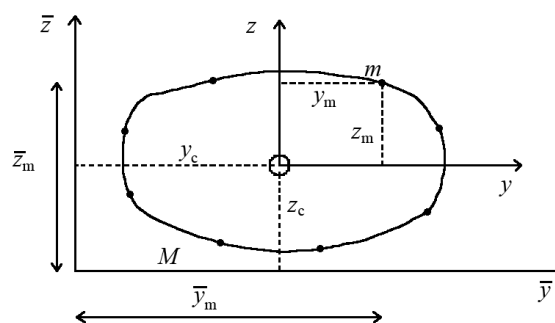
U jednadžbama (2.5) i (2.6) y_0 je najmanja vrijednost y koordinate presjeka segmenta, a z_0 najmanja vrijednost z koordinate presjeka. M se odnosi na broj *boom*-ova.

Momente tromosti možemo izravno izračunati iz koncentriranih površina i njihovih koordinata Slika 2.4. Specifičnost trapeznog krila je promjena površine presjeka s obzirom na raspon krila. Pretpostavka je da površina presjeka uzdužnica ostaje konstantna, ali se mijenja položaj težišta kao i ekvivalentna površina oplata. Također se mijenjaju koordinate svih uzdužnica u odnosu na y i z osi. Sve te veličine utječu na promjenu momenta tromosti duž raspona krila.

$$I_{yy} = \sum_{m=1}^M B_m (z_m - z_T)^2, \quad (2.7)$$

$$I_{zz} = \sum_{m=1}^M B_m (y_m - y_T)^2, \quad (2.8)$$

$$I_{yz} = \sum_{m=1}^M B_m (y_m - y_T)(z_m - z_T). \quad (2.9)$$



Slika 2.4. Ojačana tankostijena greda [3]

Savojna krutost krila dobiva se množenjem momenta tromosti i modula elastičnosti [3]. Specifičnost trapeznog krila je u tome što krutost krila nije konstantna na cijelom rasponu krila.

2.3 Ortotropni materijali (Metoda 2)

Ukoliko želimo analizirati tankostijenu gredu izrađenu od kompozitnog materijala potrebno je modificirati metodu 1. Jedan od načina je da se krutost oplata i uzdužnica računa odvojeno. Ekvivalentna površina oplata ostaje ista kao i u Metodi 1[1] i dana je jednačbom (2.10).

$$B_i = \frac{t_D b_i}{6} \left(2 + \frac{\sigma_{i+1}}{\sigma_i} \right) + \frac{t_D b_{i-1}}{6} \left(2 + \frac{\sigma_{i-1}}{\sigma_i} \right). \quad (2.10)$$

Utjecaj uzdužnica računa se prema metodi opisanoj u referenci [2]. Zbog konstantne geometrije uzdužnica njihova aksijalna krutost se ne mijenja duž raspona krila. Aksijalna krutost grede predstavljena je jednačbom.

$$\widehat{EA} = \sum_{m=1}^M \widehat{EA}_m. \quad (2.11)$$

\widehat{EA}_m je aksijalna krutost m -te uzdužnice, a M je ukupan broj uzdužnica. Koordinate težišta se mijenjaju duž raspona zbog suženja krila od korijena do vrha krila. Koordinate težišta se računaju jednačbama:

$$y_c = \frac{\sum_{m=1}^M \bar{y}_m \widehat{EA}_m}{\widehat{EA}}, \quad (2.12)$$

$$z_c = \frac{\sum_{m=1}^M \bar{z}_m \widehat{EA}_m}{\widehat{EA}}. \quad (2.13)$$

\bar{y}_m i \bar{z}_m su koordinate m -te uzdužnice u proizvoljno odabranom koordinatnom sustavu $\bar{y} - \bar{z}$, Slika 2.4.

Savojne krutosti su dane jednačbama (2.14)-(2.16).

$$\widehat{EI}_{yy,uz} = \sum_{m=1}^M z_m^2 \widehat{EA}_m, \quad (2.14)$$

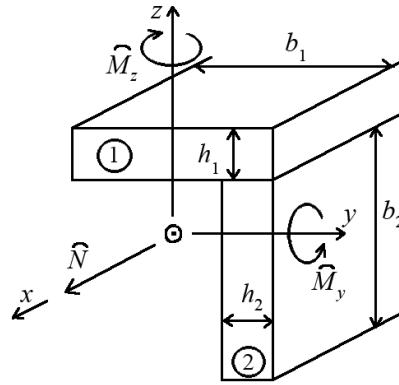
$$\widehat{EI}_{zz,uz} = \sum_{m=1}^M y_m^2 \widehat{EA}_m, \quad (2.15)$$

$$\widehat{EI}_{yz,uz} = \sum_{m=1}^M y_m z_m \widehat{EA}_m. \quad (2.16)$$

U gornjim jednačbama y_m i z_m su koordinate m -te uzdužnice u koordinatnom sustavu kojem je ishodište u težištu. Iako se krutost uzdužnica ne mijenja, mijenja se njihov položaj u odnosu na težište presjeka što utječe na savojnu krutost krila.

2.3.1. Aksijalna krutost uzdužnice

Pretpostavljeni poprečni presjek uzdužnice je L-profil, izrađen od ortotropnog materijala kojem je jedna os ortotropije usmjerena paralelno s uzdužnom osi grede.



Slika 2.5. L-profil [1]

Uzdužna krutost dobiva se uzimajući u obzir produljenje grede, pri čemu uzdužna os grede ostaje ravna. Uzdužna krutost \widehat{EA} uzdužnica računa se u četiri koraka. Prvi korak je pretpostavka da se uzdužnice ne savijaju, posljedica toga je da deformacija po čitavom presjeku ostaje jednakog iznosa. Iz ove pretpostavke slijedi jednačba (2.17).

$$\epsilon_{\xi 1}^0 = \epsilon_{\xi 2}^0 = \epsilon_x^0. \quad (2.17)$$

$\epsilon_{\xi 1}^0$ i $\epsilon_{\xi 2}^0$ su uzdužne deformacije referentnih ravnina pojaseva uzdužnice.

Drugi korak u računanju uzdužne krutosti uzdužnica je računanje uzdužnih sila $N_{\xi 1}, N_{\xi 2}$ i $M_{\xi 1}$ i $M_{\xi 2}$ momenata savijanja. Uzdužne sile i momenti savijanja su funkcije deformacije a računaju se prema [2] u jednačbama (2.18)-(2.21).

$$N_{\xi 1} = \frac{(\delta_{11})_1}{(D)_1} \epsilon_{\xi 1}^0, \quad (2.18)$$

$$N_{\xi 2} = \frac{(\delta_{11})_2}{(D)_2} \epsilon_{\xi 2}^0, \quad (2.19)$$

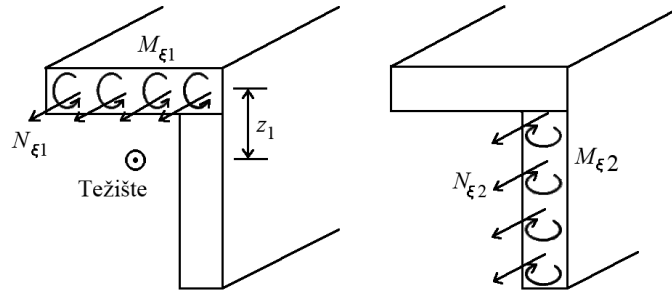
$$M_{\xi 1} = -\frac{(\beta_{11})_1}{(D)_1} \epsilon_{\xi 1}^0, \quad (2.20)$$

$$M_{\xi 2} = -\frac{(\beta_{11})_2}{(D)_2} \epsilon_{\xi 2}^0. \quad (2.21)$$

D je definiran kao

$$D = \alpha_{11}\delta_{11} - \beta_{11}^2. \quad (2.22)$$

U jednadžbi (2.22) α_{11} , β_{11} i δ_{11} su prvi članovi matrica podatljivosti α , β i δ određenih u lokalnim koordinatnim sustavima pojedinih pojaseva uzdužnice.



Slika 2.6. Raspodjela sila i momenata koji djeluju na L-profil [2]

Treći korak u računanju aksijalne krutosti je računanje ukupne aksijalne sile na presjeku uzdužnice.

$$\hat{N} = b_1 N_{\xi_1} + b_2 N_{\xi_2}. \quad (2.22)$$

Članovi b_1 i b_2 u jednadžbi (2.22) su širine dijelova uzdužnica koje su konstantne za cijeli raspon, u slučaju njihove promjene aksijalna sila bi bila promjenjiva po rasponu (vidi Sliku 2.5).

Četvrti korak je računanje ukupne aksijalne sile na svim uzdužnicama u presjeku.

$$\hat{N} = \sum_{k=1}^2 \frac{b_k(\delta_{11})_k}{(D)_k} \epsilon_x^0. \quad (2.23)$$

Aksijalna krutost uzdužnica je otpor prema deformaciji što znači da je izraz koji množi deformaciju aksijalna krutost[2].

$$\widehat{EA} = \sum_{k=1}^2 \frac{b_k(\delta_{11})_k}{(D)_k}. \quad (2.24)$$

2.3.2. Utjecaj oplata

Momenti tromosti oplata računa se kao u Metodi 1 [1] uz jedinu razliku što se težište presjeka računa jednadžbama (2.12) i (2.13). Množenje momenta tromosti sa modulom elastičnosti u smjeru uzdužne osi grede izračunava se svojom krutost oplata [2]. Moment

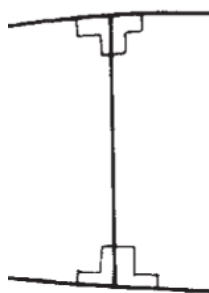
tromosti oplata je promjenjiv jer sama površina oplata se smanjuje prema vrhu krila što rezultira i smanjenjem krutosti oplata prema vrhu krila.

$$\widehat{EI}_{yy,op} = E_x I_{yy} , \quad (2.25)$$

$$\widehat{EI}_{zz,op} = E_x I_{zz} . \quad (2.26)$$

2.3.3. Utjecaj ramenjače

Utjecaj ramenjače se na savojnu krutost se računa kao dva zasebno odvojena dijela, jedan dio je spoj ramenjače i krila koji je izveden kao dvije uzdužnice te se tako računa. Struk ramenjače se računa kao ravna ploča između gornjeg i donjeg dijela oplata.



Slika 2.7. Presjek ramenjače [3]

2.4 Ortotropni materijali (Metoda 3)

Metoda 3 je potpuno ista Metodi 2 [1] kada su u pitanju uzdužnice. Razlika je kod računanja utjecaja oplata, kod ove metode oplata se idealizira kao skup tankih greda razapetih između uzdužnica. Kod zadane forme trapeznog krila uzdužnice se približavaju jedna drugoj što je presjek dalje od korijena krila takva konfiguracija definira geometriju grede koje idealiziraju oplatu. Oblik grede je trapezan što znači da površina grede nije jednaka po cijelom rasponu. Kod Metode 3 postoji razlika u usporedbi s dvije predhodne metode jer ova metoda obuhvaća cijelu oplatu. U prethodnim metodama izostavljen je dio oplata od napadnog ruba do prve uzdužnice kao i dio koja se nalazi između izlaznog ruba i posljednje uzdužnice. Težište svake grede se računa prema jednadžbama (2.27) i (2.28).

$$y_{i,op} = \frac{y_{i+1} + y_i}{2} , \quad (2.27)$$

$$z_{i,op} = \frac{z_{i+1} + z_i}{2}. \quad (2.28)$$

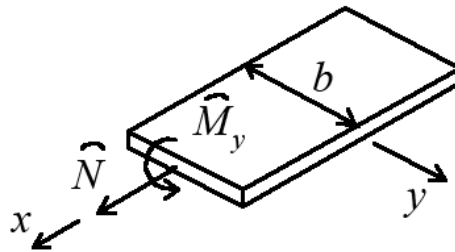
U jednađbama (2.27) i (2.28) $y_{i,op}$ i $z_{i,op}$ su koordinate težišta i -tog segmenta oplata, a y_i , y_{i+1} , z_i i z_{i+1} koordinate uzdužnica koje određuju njegove granice. Širina segmenta b , Slika 2.8, je:

$$b_{i,op} = \sqrt{(y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}. \quad (2.29)$$

$b_{i,op}$ je također funkcija raspona. kod rješavanja jednađbi krutosti u programu nije potrebno izraziti ovaj podatak kao funkciju jer za svaki novi presjek $b_{i,op}$ je ponovno definiran.

Aksijalna krutost tanke pravokutne grede je:

$$\widehat{EA}_{op} = \frac{b}{a_{11}}. \quad (2.30)$$



Slika 2.8. Tanka pravokutna greda [2]

Nakon proračuna savojne krutosti oplata, ukupna aksijalna krutost ojačane tanke grede je dana u jednađbi (2.31).

$$\widehat{EA} = \sum_{m=1}^M \widehat{EA}_{m,uz} + \sum_{n=1}^N \widehat{EA}_{n,op}. \quad (2.31)$$

U gornjoj jednađbi m se odnosi na m -tu uzdužnicu, a M na ukupan broj uzdužnica. Isto tako, n se odnosi na n -ti segment oplata, a N je ukupan broj segmenata. Krutost grede u ovom slučaju je promjenjiva iz razloga što je promjenjiv drugi član u jednađbi koji se odnosi na oplatu, dok prvi član ostaje konstantan što se vidi u Metodi 2 [1].

Težište ojačane grede računa se prema jednađbama (2.31) i (2.32):

$$y_c = \frac{\sum_{m=1}^M y_{m,uz} \widehat{EA}_{m,uz} + \sum_{n=1}^N y_{n,op} \widehat{EA}_{n,op}}{\widehat{EA}}, \quad (2.31)$$

$$z_c = \frac{\sum_{m=1}^M z_{m,uz} \widehat{EA}_{m,uz} + \sum_{n=1}^N z_{n,op} \widehat{EA}_{n,op}}{\widehat{EA}}. \quad (2.32)$$

Nakon računanja težišta poznati su svi članovi jednadžbe za računanje krutosti grede Metodom 3. Treba naglasiti činjenicu da Metoda 3 daje najbolju aproksimaciju geometrije krila jer zahvaća cijelu površinu oplata kao i strukove ramenjača što u prethodne dvije metode nije slučaj. Krutost krila dana je u slijedećim jednadžbama:

$$\widehat{EI}_{yy} = \sum_{m=1}^M z_{m,uz}^2 \widehat{EA}_{m,uz} + \sum_{n=1}^N z_{n,op}^2 \widehat{EA}_{n,op} , \quad (2.33)$$

$$\widehat{EI}_{zz} = \sum_{m=1}^M y_{m,uz}^2 \widehat{EA}_{m,uz} + \sum_{n=1}^N y_{n,op}^2 \widehat{EA}_{n,op} , \quad (2.34)$$

$$\widehat{EI}_{yz} = \sum_{m=1}^M y_{m,uz} z_{m,uz} \widehat{EA}_{m,uz} + \sum_{n=1}^N y_{n,op} z_{n,op} \widehat{EA}_{n,op} . \quad (2.35)$$

3 MATERIJAL

Iako je zadatak rada izrada analiza konstrukcije izrađene od kompozitnih materijala, radi usporedbe rezultata te naglašavanja svojstava kompozitne konstrukcije napravljena je i analiza konstrukcije krila od metalnih materijala. Materijal korišten u proračunu je aluminijska legura (Al 2024). Kod korištenja izotropnih (metalnih) materijala mehanička svojstva su jednaka u svim smjerovima pa je proračun znatno jednostavniji. Za kompozitan materijal potrebno je na temelju mehaničkih svojstava jednog sloja i orijentacije pojedinih slojeva u kompozitu odrediti njegova svojstva. Prvenstveno će biti potrebne matrice podatljivosti α , β i δ .

Počinje se od definiranja materijala kao kompozita, te se računa reducirana matrica krutosti Q :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{D} & \frac{\nu_{12}E_2}{D} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{D} & \frac{E_2}{D} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Član D jednak je:

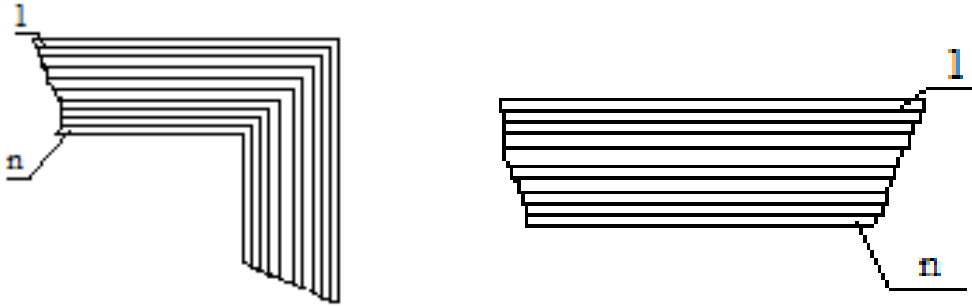
$$D = 1 - \frac{E_2}{E_1} \nu_{12}^2. \quad (3.2)$$

Matrica krutosti za pojedine slojeve mora se transformirati s obzirom na njihovu orijentaciju. To se radi pomoću matrica transformacije dvodimenzionalnog naprezanja i istezanja. Referentna ravnina za orijentaciju slojeva je ravnina u smjeru raspona krila a kutevi orijentacije slojeva dani su u Tablici 3.1. Dok je širina svih slojeva jednaka i iznosi 0.1 mm.

Tablica 3.1 Orijentacija slojeva unutar kompozita[1]

Dio konstrukcije	Orijentacija sloja [°]									
	Redni broj sloja									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Oplata	0	0	45	-45	90	90	-45	45	0	0
Uzdužnica	0	0	45	-45	90	90	-45	45	0	0
Ramenjača	0	0	45	-45	90	90	-45	45	0	0

Na Slici 3.1. Prikazan je redni broj sloja koji je definiran u Tablici 3.1. Lijeva slika prikazuje numeraciju na uzdužnici a desna na oplati. Poredak kreće od vrha prema dnu n na slici simbolizira posljednji sloj koji je u ovom slučaju 10..



Slika 3.1. Orijentacija slojeva unutar kompozita

$$\mathbf{T}_{\sigma} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \\ -\cos \theta \cdot \sin \theta & \cos \theta \cdot \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{T}_{\epsilon} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \cos \theta \cdot \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\cos \theta \cdot \sin \theta \\ -2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta & 2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

θ je orijentacija sloja u odnosu na globalnu x -os. Transformirana matrica krutosti je:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{T}_{\sigma}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{T}_{\epsilon}. \quad (3.5)$$

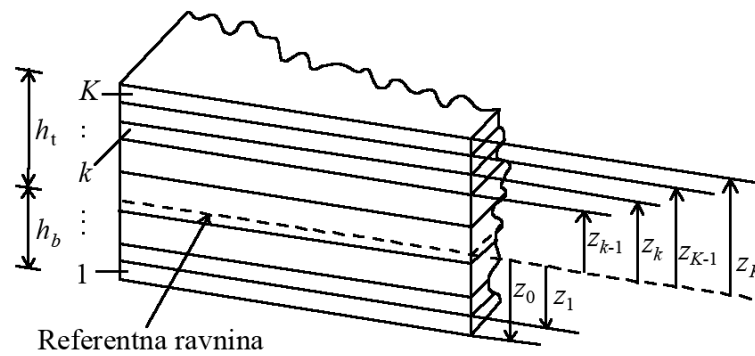
Matrice krutosti \mathbf{A} , \mathbf{B} i \mathbf{D} računaju se pomoću jednadžbi:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^K (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}), \quad (3.6)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2), \quad (3.7)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^K (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3). \quad (3.8)$$

Matrica \mathbf{A}_{ij} je matrica iztezne krutosti, matrica \mathbf{B}_{ij} je matrica spregnute krutosti dok je matrica \mathbf{D}_{ij} matrica savojne krutosti kompozitnog laminata [2]. Udaljenost sloja od referentne površine je z_k dok je sufiks k određuje redni broj sloja na Slici 3.2. se vidi označavanje udaljenosti i rednog broja sloja.



Slika 3.2. Raspodjela slojeva u kompozitu [2]

Matrice podatljivosti α , β i δ , koje su potrebne za određivanje krutosti uzdužnica računaju se invertiranjem matrica krutosti A , B i D :

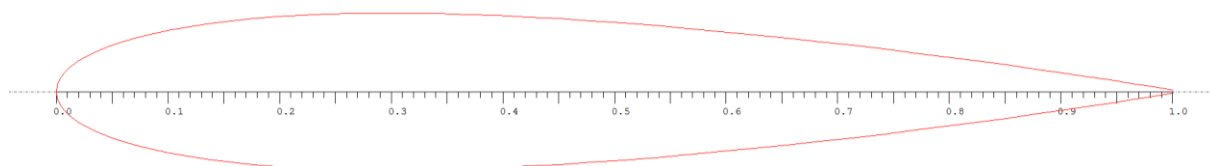
$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^T & \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1}. \quad (3.9)$$

4 GEOMETRIJA KRILA

Krilo koje se analizira u ovom radu je trapezno krilo. Duljina tetive u korijenu krila iznosi 1.5 m, dok tetiva na vrhu krila iznosi 0.75 m. Pretpostavlja se jednaki kut između napadnog ruba i korijenske tetive, kao i kut između izlaznog ruba i korijenske tetive. Promjena duljine tetive koja se javlja kod trapeznog krila je u direktnoj vezi s debljinom krila, što rezultira suženje krila udaljavanjem od korijena krila. Također se pretpostavlja da krilo nema odvojenih upravljačkih površina. Unutarnja konstrukcija krila se sastoji od 22 uzdužnice i dvije ramenjače, koje se udaljavanjem od korijena krila zgušnjavaju. Aeroprofil korišten u ovom radu je NACA0014 koji je simetričan profil. Simetrični profili se najčešće koriste kod horizontalnih stabilizatora, ali u ovom slučaju korišten je kao krilo zbog jednostavnosti. Ostale veličine vezane za geometriju su dane u Tablici 4.1.

Tablica 4.1. Geometrijska svojstva krila

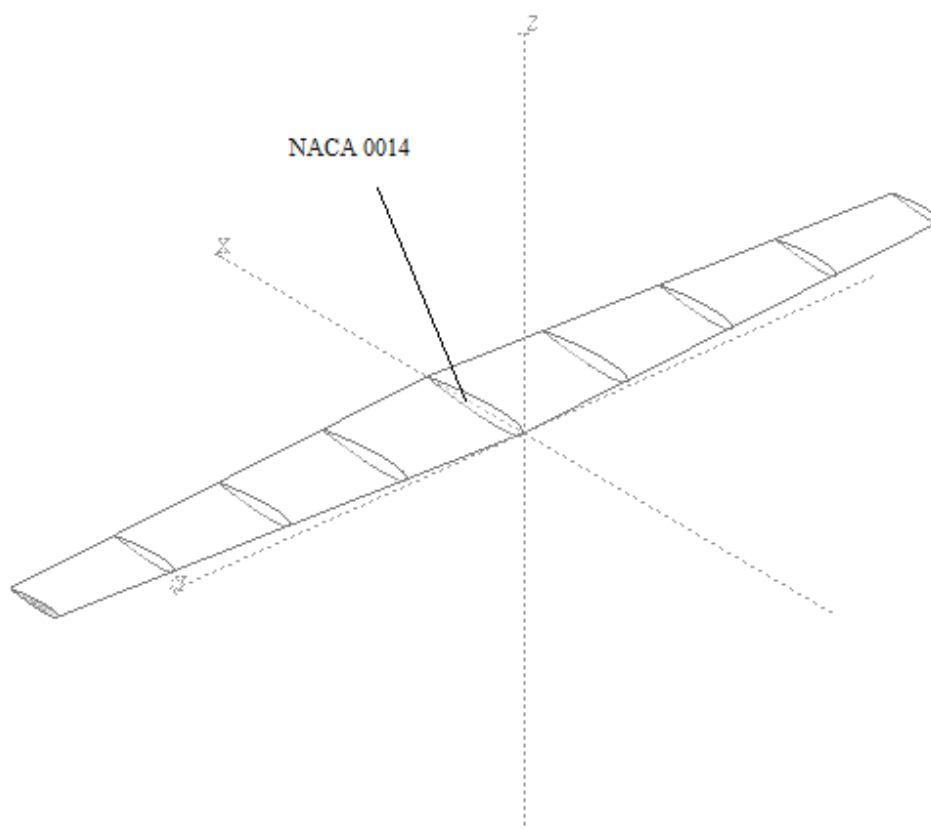
Aeroprofil	NACA 0014
Duljina tetive u korijenu krila	1.5 m
Duljina tetive na vrhu krila	0.75 m
Raspon krila (b)	12 m
Površina krila (s)	9 m ²
Vitkost krila (b^2/s)	16
Kut strijele	0°
Kut dihedrala	0°
Položaj prednje ramenjače	25% tetive
Položaj stražnje ramenjače	75% tetive



Slika 4.1. Aeroprofil NACA 0014 (bezdimenzijski prikaz) [1]

Pri implementaciji geometrije u već postojeće Metode [1] za analizu čvrstoće pojavljuju se problemi pri izradi 3D modela. Povezivanja 3D modela sa karakteristikama presjeka se

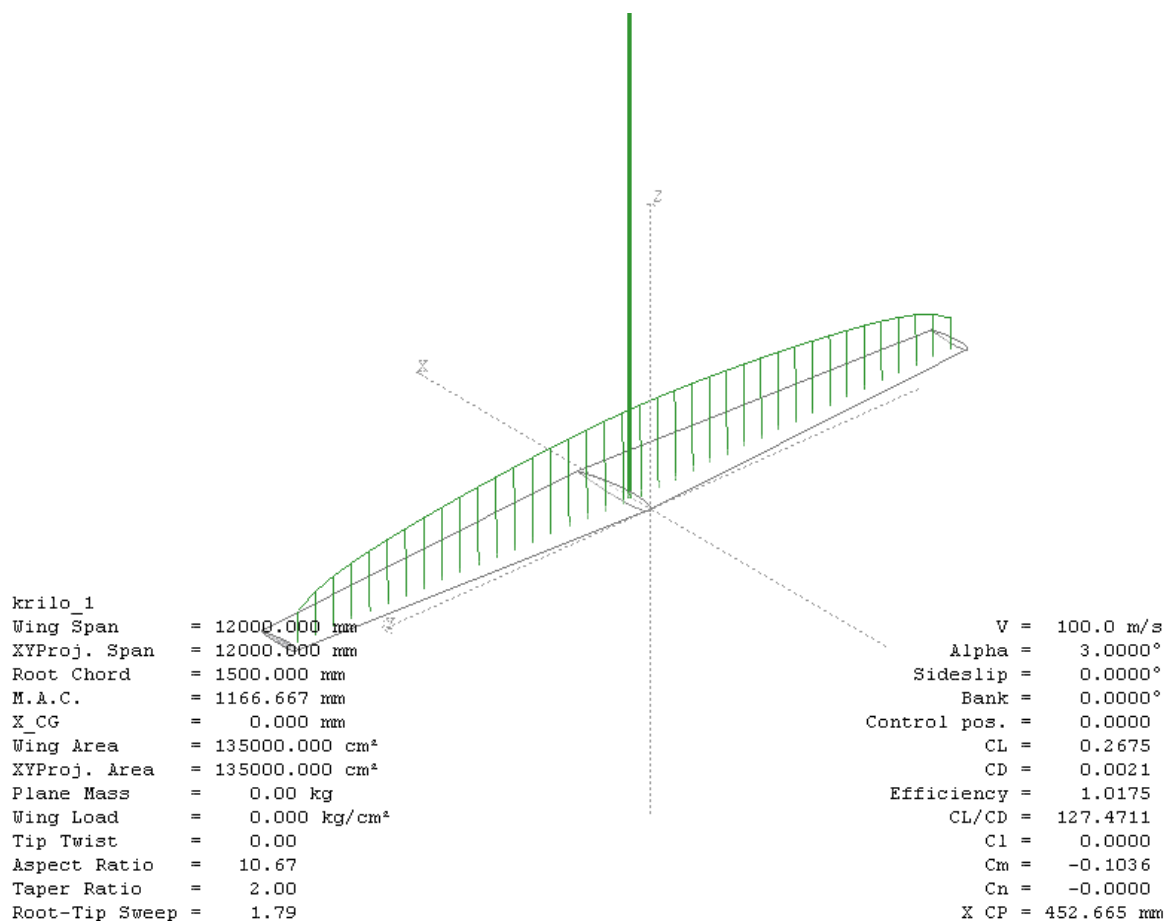
rješava tako da se krilo podijeli na željeni broj presjeka ta se najprije računa duljina tetive aeroprofila za zadani presjek krila. Promjena duljine tetive je u ovom slučaju linearna, ali ni nelinearna promjena nebi stvarala veće probleme. Nakon pronalaženja funkcije promjene duljine tetive aeroprofila u ovisnosti o rasponu krila, slijedi reproduciranje aeroprofila za svaki presjek. Međusobnim spajanjem aeroprofila dobije se 3D model krila sa poznatim svim koordinatama na njemu takvom modelu se lako proračunavaju karakteristike presjeka kao što su moment tromosti, težište i krutost. Funkciju koja dizajnira aeroprofil je preuzeta iz [5] a izražena je u jednačbi (6.1). Uz dodatne dvije jednačbe moguće je i dizajnirati nesimetričan profil. Izgled trapezoidnog krila na kojem se izvodila aerodinamička analiza u programu XFLR5 prikazan je na Slici 4.2.



Slika 4.2. Trapezno krilo (XFLR5)

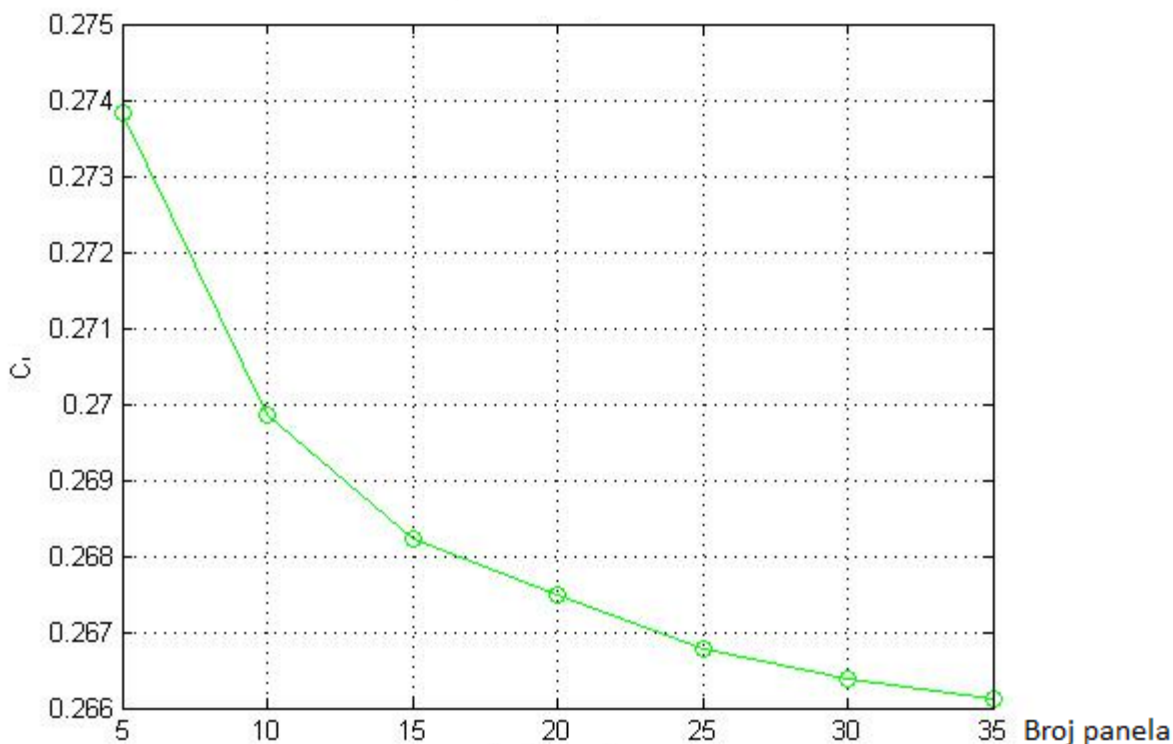
5 OPTEREĆENJE

Opterećenje kojim se opteretio ovaj model je idealizirano tako da model opterećuje jedino uzgonska sila. Proračun te sile izvršen je u programu XFLR5 koji je besplatan i lako dostupan na internetu. Pri računanju uzgonske sile korištena je metoda VTL (eng. *Vortex Lattice Method*). Princip rada ove metode je da modelira poremećaje uzrokovane krilom kao zbroj vrtloga raspoređenih po površini krila. Potrebno je izračunati jakost svakog vrtloga da bi se zadovoljili rubni uvjeti (nepromočivost površine panela). Ovom metodom se mogu računati koeficijenti uzgona na uobičajenim geometrijama krila kao strijele, male vitkosti, trapezi, krila s *wingletima* itd. Pošto ova metoda raspodjelu uzgona, inducirani otpor itd. računa u linearnom području, metoda nije upotrebljiva u blizini maksimalnih napadnih kuteva odnosno u blizini sloma uzgona.



Slika 5.1. Raspodjela koeficijenta uzgona (C_l) po rasponu krila

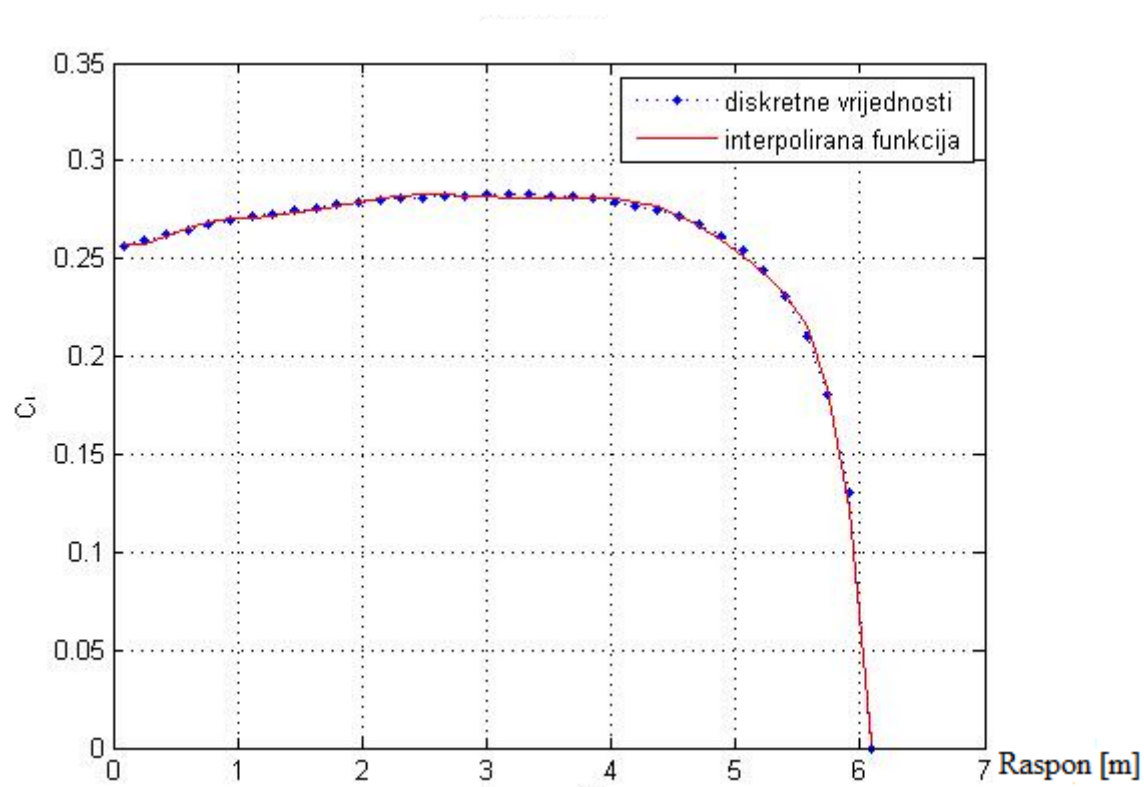
Rezultati analize iz programa XFLR5 mogu se spremati kao tekstualni dokument koji se može učitati u MATLAB-u. Iz tog dokumenta se određuju vrijednosti koeficijenta uzgona ovisno o rasponu. Program omogućava promjenu broja panela po rasponu krila pa je potrebno provjeriti optimalni broj panela, odnosno da li rješenja s različitim brojem panela konvergiraju.



Slika 5.2. Konvergencija koeficijenta uzgona u ovisnosti o broju panela po rasponu krila

Zatim se očitani podaci interpoliraju tako da dobijemo polinom koeficijenta uzgona u funkciji raspona. Interpolacije podataka o promjeni koeficijenta uzgona po rasponu je izvršena u programskom paketu MATLAB. Zadovoljavajuće poklapanje je postignuto polinomom 9. stupnja koji je prikazan u jednadžbi (5.1).

$$\begin{aligned}
 C_l(x) = & 0.26149326425933 - 0.0700918678751339x + 0.327097423966732x^2 - \\
 & 0.536654246804652x^3 + 0.458664033531794x^4 - 0.225699516603844x^5 + \\
 & 0.0661688831720814x^6 - 0.0114032833935219x^7 + \\
 & 0.00106554898164941x^8 - 0.0000416480218754965x^9
 \end{aligned} \quad (5.1)$$



Slika 5.3. Raspodjela koeficijenta uzgona po rasponu krila

6 ANALIZA

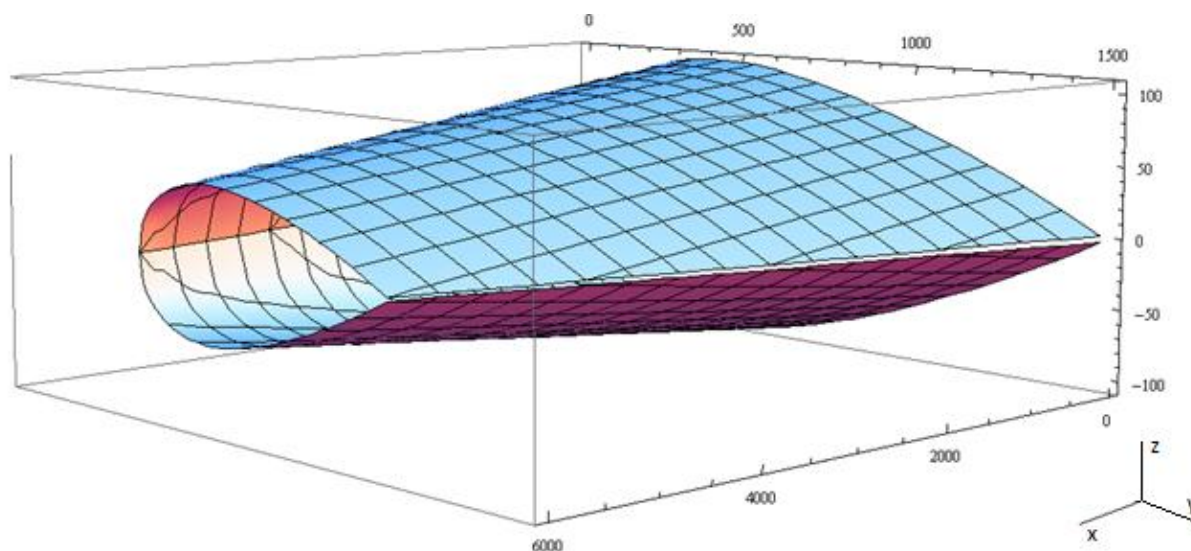
Analiza čvrstoće krila za sve tri metode je izrađena u programskom paketu *Mathematica*. Prvi korak u provedbi analitičke analize je izrada geometrijskog modela. Geometrijski model zahtjeva definiranje aeroprofila. NACA aeroprofili su definirani jednačbom koja opisuje raspodjelu debljine uzduž tetive aeroprofila, izraz je prikazan u jednačbi (6.1).[5]

$$\pm z_t = \frac{t}{0,2} \cdot (0,2969\sqrt{y} - 0,1260y - 0,3516y^2 + 0,2843y^3 - 0,1015y^4) \quad (6.1)$$

Parametar t u jednačbi (6.1) je maksimalna debljina aeroprofila, a y se kreće u rasponu od 0 do $c(y)$ (duljina tetive na traženom rasponu krila). Jednačba (6.1) u sebi sadrži duljinu tetive koja je promjenjiva u slučaju trapeznog krila pa uvrštavanjem jednačbe (6.2) u jednačbu (6.1) nastaje trodimenzionalni model trapeznog krila.

$$c(x) = c_0 - 2 \cdot \frac{x}{\tan \alpha} \quad (6.2)$$

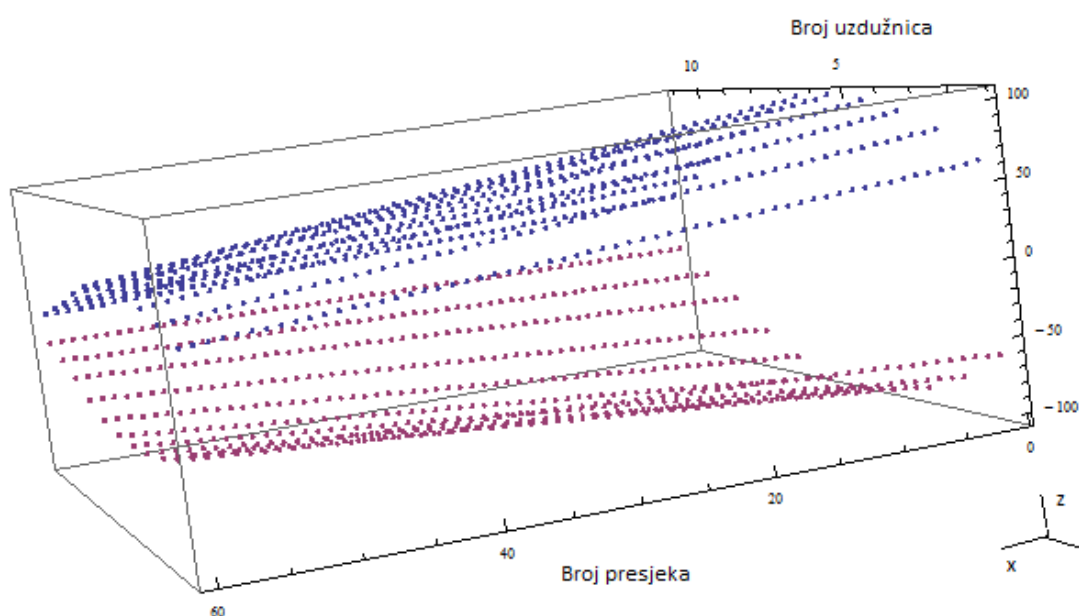
U gornjoj jednačbi c_0 predstavlja duljinu tetive u korijenu krila, x predstavlja položaj presjeka po rasponu krila dok je α kut između napadnog ruba i okomice na tetivu aeroprofila. Geometrija trapeznog krila je definirana tako da je suženje s napadnog ruba jednako suženju s izlaznog ruba, pa se promjena s napadnog ruba množi s 2 da se dobije duljina tetive. Takav trodimenzionalni model je prikazan na Slici 6.1.



Slika 6.1. Matematički definirano krilo [mm]

Ovakav matematički model je potrebno dodatno diskretizirati. Diskretizacija se vrši pomoću *boom*-ova. *Boom*-ovi su koncentrirane površine koje su opisane u drugom poglavlju ovog

rada. *Boom*-ovi se nalaze na koordinatama uzdužnica pa je potrebno definirati položaj svake uzdužnice duž raspona krila. Prva pretpostavka je da se sve uzdužnice protežu od korijena krila do vrha krila. Druga pretpostavka je da je njihov raspored uvijek takav da su jednako raspoređene u prostoru koji zauzimaju. Znači ako je podijeljen prostor između dvije ramenjače na četiri jednaka dijela iako se prostor između ramenjača smanjuje prema vrhu krila omjer udaljenosti između ramenjača ostaje isti. Uzdužnice prate obrise aeroprofila pa se koordinate visine uzdužnica po rasponu mijenjaju po jednadžbi (6.1). Nakon diskretizacije model krila poprima oblik kao na Slici 6.2. S time je definirana geometrija krila kao i položaj svakog pojedinačnog *boom*-a na krilu. Nakon definiranja cjelokupne geometrije slijedi analiza krutosti konstrukcije.



Slika 6.2. Diskretizirano krilo (*boomovi*)

Kod promjenjivog presjeka javlja se također problem kod računanja momenta tromosti samog presjeka jer se dimenzije presjeka mijenjaju ovisno o položaju presjeka na krilu. Funkcija promjene momenta inercije određuje se rješavanjem jednadžbe momenta inercije za svaki presjek te se dobiveni rezultati interpoliraju. Rješenja momenta tromosti za svaki presjek se dobivaju unutar koda u *Mathematici* ali se javlja problem kod interpolacija pa se interpolacija vrši u *MATLAB*-u. Analiza krutosti se u ovom radu vrši prema [1] pomoću tri metode s tim da prva metoda nije primjenjiva na konstrukcije izrađene od kompozitnih materijala nego samo na konstrukcije izrađene od izotropnih materijala. Druga metoda je primjenjiva na kompozitne konstrukcije kao i na konstrukcije izrađene od izotropnih materijala. Konačno

treća metoda je dodatno razrađena te se s njom mogu analizirati kompozitne kao i metalne konstrukcije krila.

6.1 Metoda 1 (izotropan materijal)

Materijal u metodi 1 je aluminijska legura Al2024 koja je česta u zrakoplovstvu pa je uzeta za ovaj primjer. Svojstva aluminijske legure Al2024 dana su u Tablici 6.1. [5].

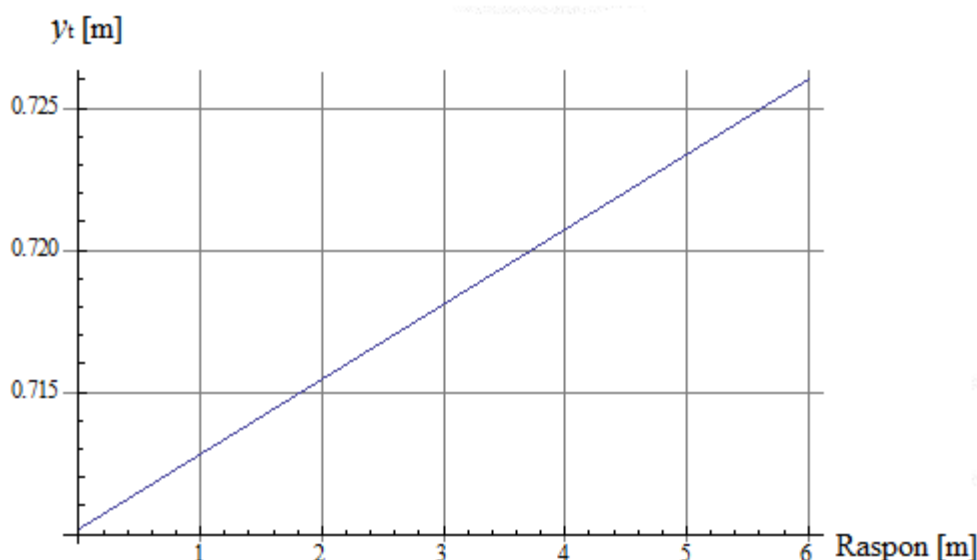
Tablica 6.1 Svojstva aluminijske legure Al2024 [5]

Modul elastičnosti (E) [MPa]	73000
Poissonov koeficijent (ν)	0.33
Gustoća [kg/m ³]	2780

Nakon određivanja geometrije i materijala slijedi izračunavanje koncentriranih površina *boom-ova* prema jednadžbi (2.4). Iz ove jednadžbe se određuje površina svakog *boom-a* ovisno o njegovom položaju u konfiguraciji krila. Pri računanju *boom-ova* također treba obratiti pažnju na raspon krila kao što je već naglašeno. Naglasak se stavlja na međusobni raspored uzdužnica te duljinu oplata razapete između uzdužnica. Ovdje treba još naglasiti da u ovoj metodi pri diskretizaciji treba voditi računa o grešci koja se unosi, ta greška je što u proračunu ne sudjeluje cijela oplata. Svjesno se izostavlja dio oplata od napadnog ruba do prve uzdužnice gornjake i donjake kao i dio oplata od posljednjih uzdužnica do izlaznog ruba. Nakon izračunatih koncentriranih površina iz jednadžbe (6.3) se određuje težište svakog presjeka. Položaj težišta je bitan zbog daljnjeg proračuna momenta tromosti presjeka.

$$y_c = \sum \frac{A_i y_i}{A} \quad [4] \quad (6.3)$$

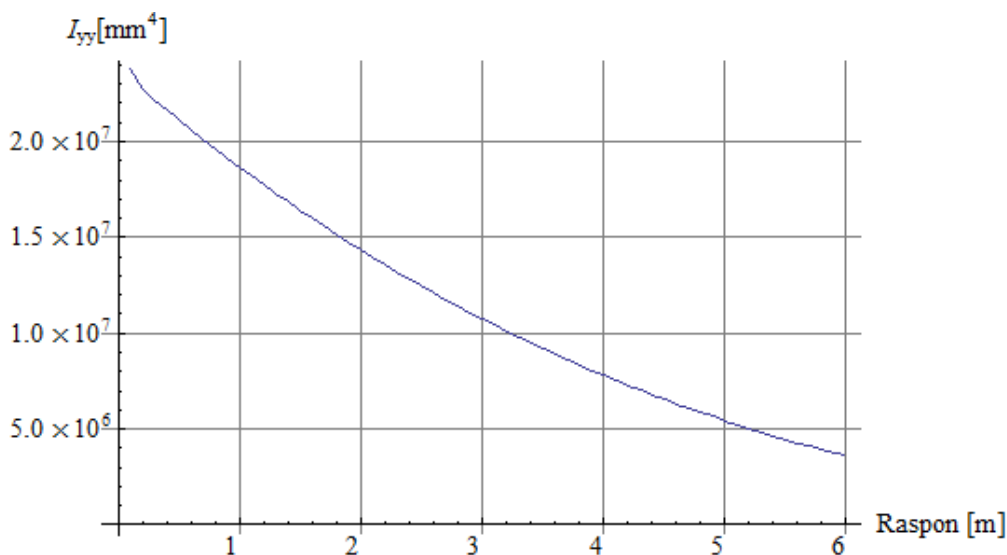
U gornjoj jednadžbi y_c predstavlja položaj težišta presjeka koji promatramo, dok suma ide od 1 do ukupnog broja uzdužnica uključujući i ramenjače. A_i je površina i -tog *boom-a* a y_i je udaljenost tog *boom-a* od referentne točke, u ovom slučaju napadnog ruba krila. Na Slici 6.3 je prikazana promjena položaja težišta presjeka krila u ovisnosti o položaju duž raspona krila. Udaljenost težišta se mjeri od napadnog ruba koji je početak koordinatnog sustava u ovom primjeru.



Slika 6.3. Dijagram položaja težišta presjeka krila [m]

Iz dijagrama na Slici 6.3. se vidi da težište mijenja položaj što nije bilo za očekivati ako imamo simetričan profil i trapez definiran kao u zadatku. Promjena težišta se događa iz razloga što u svakom presjeku smanjuje razmak među uzdužnicama ali i dio oplata koji svjesno odbacujemo mijenja svoje dimenzije što dovodi do promjene položaja težišta.

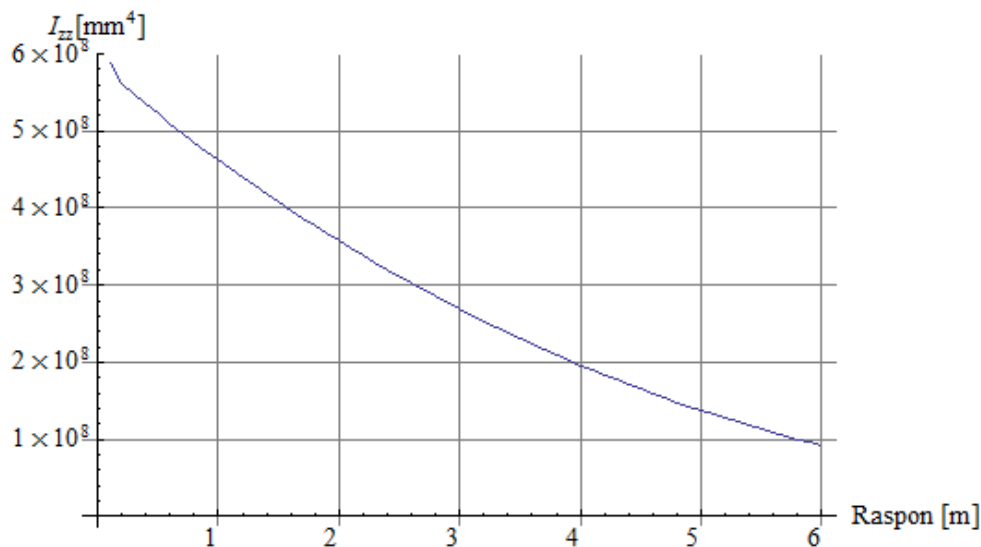
Dijagram na Slici 6.4 koji slijedi prikazuje promjenu momenata tromosti oko osi y koja je paralelna s tetivom aeroprofila.



Slika 6.4. Dijagram ovisnosti momenta tromosti I_{yy} o rasponu [mm⁴]

Na slici iznad vidi se da vrijednost momenta tromosti opada prema vrhu krila to je očekivano jer moment tromosti ovisi o kraku koncentriranih površina od težišta kao i o veličini koncentrirane površine.

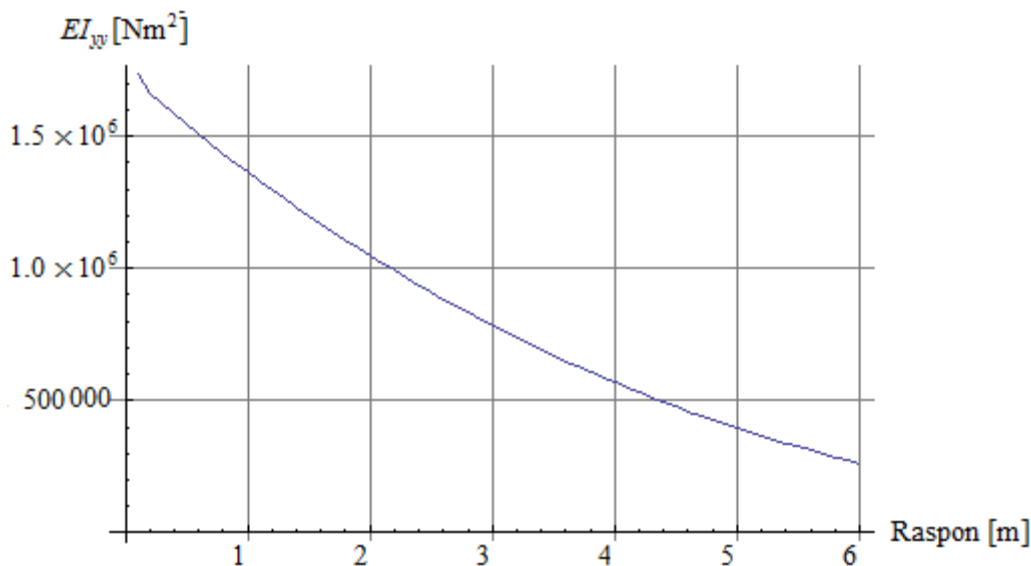
Zatim, na Slici 6.5 dijagram prikazuje promjenu momenta tromosti oko osi z okomite na tetivu aeroprofila.



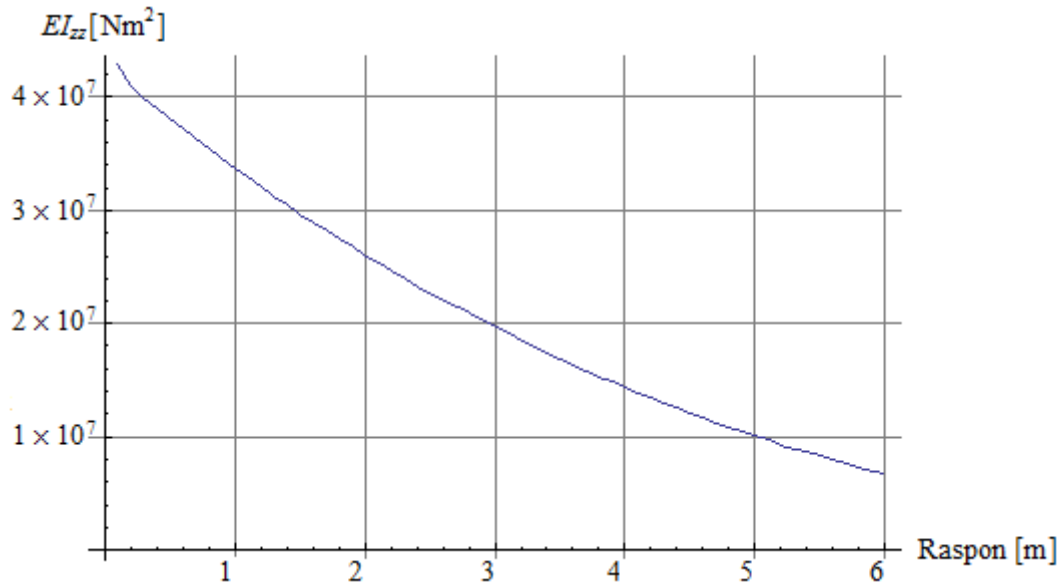
Slika 6.5. Dijagram ovisnosti momenta tromosti I_{zz} o rasponu $[\text{mm}^4]$

Vidi se da je moment tromosti oko osi z iznosom veći od momenta tromosti oko osi y a razlog tome je spljoštena geometrija koja je karakteristična za avionska krila.

Savojne krutosti krila dobivaju se množenjem modula elastičnosti (E) s momentom tromosti presjeka.[2] Dijagrami na Slikama 6.6 i 6.7 prikazuju promjenu krutosti ovisno o rasponu krila za os paralelno s tetivom aeroprofila i okomito na nju.



Slika 6.6. Promjena krutosti krila EI_{yy} ovisno o rasponu $[\text{Nm}^4]$



Slika 6.7. Promjena krutosti krila EI_{zz} ovisno o rasponu [Nm⁴]

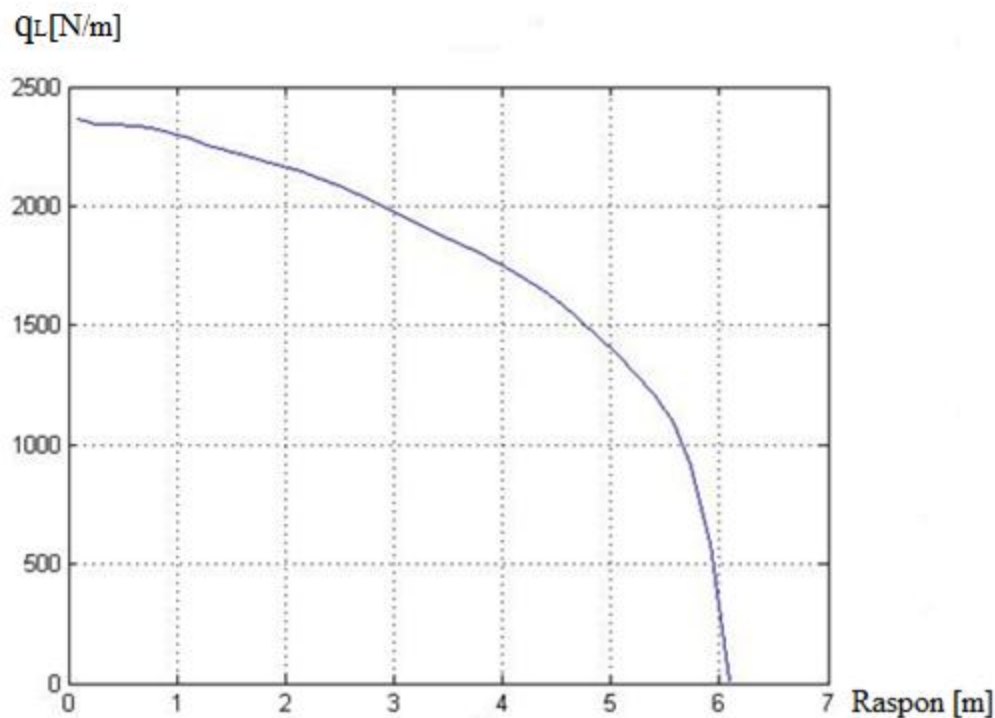
Krutost krila je u direktnoj vezi s momentom tromosti tako da krutost krila prati liniju momenta tromosti uz povećanje amplitude koje se unosimnoženjem momenta tromosti s modulom elastičnosti.

Nakon što su izračunata sva svojstva presjeka i krutosti krila, model možemo opteretiti silom koja je definirana u poglavlju 5 prema jednadžbi (5.1.).

$$\begin{aligned}
 C_l(x) = & 0.26149326425933 - 0.0700918678751339x + 0.327097423966732x^2 - \\
 & 0.536654246804652x^3 + 0.458664033531794x^4 - 0.225699516603844x^5 + \\
 & 0.0661688831720814x^6 - 0.0114032833935219x^7 + \\
 & 0.00106554898164941x^8 - 0.0000416480218754965x^9
 \end{aligned}$$

Zadana brzina slobodne struje je $v=100 \text{ m/s}$, a gustoća zraka je $\rho=1.225 \text{ Kg/m}^3$. Množenjem koeficijenta uzgona C_l sa dinamičkim tlakom i duljinom tetive izračunava se sila uzgona koja opterećuje krilo. Raspodjela sile uzgona po rasponu krila prikazana je na Slici 6.8.

$$q_L = \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot \rho \cdot c(x) \cdot C_l(x) \quad (6.4)$$



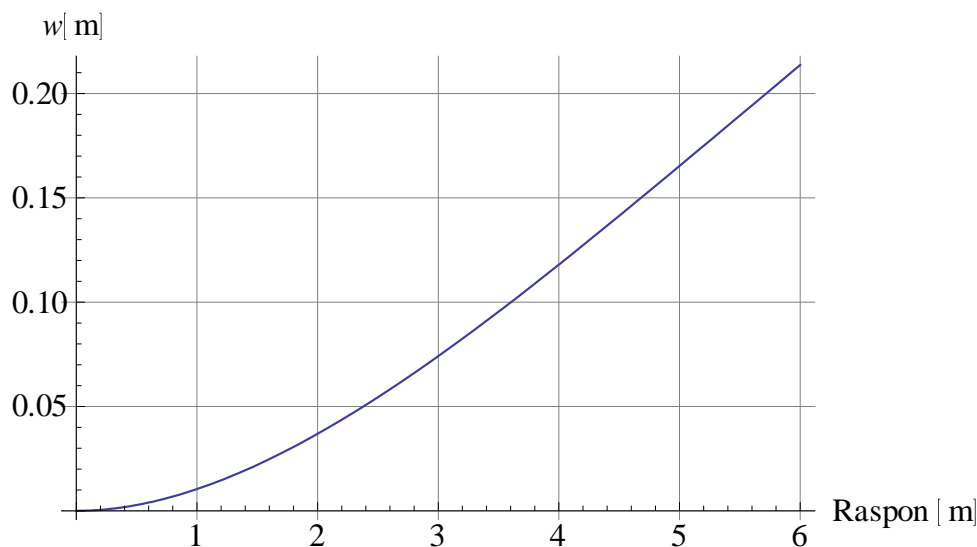
Slika 6.8. Raspodjela sile uzgona po polukrilu [N]

Funkcija progiba dobiva se postepenim integriranjem jednadžbe (6.5), vodeći računa o rubnim uvjetima. Za promatrani slučaj to znači da su za $x = 0$ progib i nagib krivulje jednaki 0, a za $x = b/2$, moment savijanja i poprečna sila jednaki su 0.

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{q_L}{EI_{yy}}. \quad (6.5)$$

Kod rješavanja jednadžbe progiba javio se problem kod dijeljenja polinoma u *Mathematici* naime u *Mathematici* su proračunate krutosti za svaki presjek krila ali za računanje funkcije progiba potreban je polinom kojeg se može integrirati. Problem je riješen u MATLAB-u tako da su se rezultati iz *Mathematice* interpolirali. Nakon toga se dijele polinom koji opisuje promjenu sile uzgona po rasponu i polinom koji opisuje promjenu krutosti krila po usponu. Rješenje ove jednadžbe je proslijeđeno u *Mathematicu* gdje je nastavljen proračun.

Nakon četiri integracije dobije se funkcija progiba krila po rasponu.

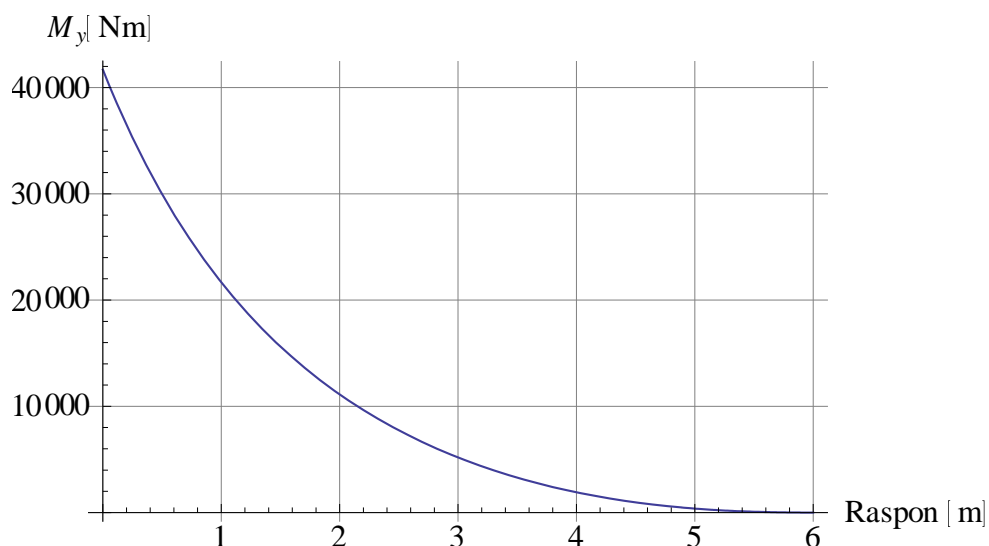


Slika 6.9. Linija progiba aluminijskog krila [m]

Za računanje naprezanja u uzdužnicama potrebna nam je funkcija momenta savijanja.

$$M_y = -EI_{yy} \frac{d^2w}{dx^2}, \quad (6.6)$$

$$M_y = (24849.7626592159 + 11551.7942801174x - 17644.2072169366x^2 + 5728.63180726339x^3 - 689.212423535133x^4 + 28.3767223189498x^5 - 0.012689136121412x^6 - 0.0104772770544039x^7 + 0.0088930527517823x^8 - 0.00154169110858616x^9) \cdot 10^{-7}.$$



Slika 6.10. Raspodjela momenata savijanja po polukrilu [Nm]

Normalno naprezanje u smjeru raspona krila u i -tom *boom*-u računa se prema jednadžbi (6.7). Rezultati naprezanja u uzdužnicama na tri različita mjesta na rasponu dani su u Tablici 6.2..

$$\sigma_{i,x} = M_y \frac{z_i - z_T}{I_{yy}}. \quad (6.7)$$

Tablica 6.2 Naprezanja u uzdužnicama (Aluminij metoda1)

Redni broj uzdužnice	Položaj presjeka (prema rasponu) [m]		
	0	2	4
	Naprezanje u smjeru raspona krila [MPa]		
1	-35,4767	-13,9817	- 3,5375
2	-64,3816	-24,1442	-6,42054
3 (spoj stražnje ramenjače s gornjakom)	-90,5772	-25,3745	-9,03326
4	-124,763	-49,1737	-12,4429
5	-151,743	-59,8072	-15,1337
6	-168,719	-66,4985	-16,8269
7 (spoj prednje ramenjače s gornjakom)	-170,292	-67,1182	-16,9837
8	-164,45	-64,8158	-16,401
9	-153,199	-60,3809	-15,2786
10	-134,205	-52,8942	-13,384
11	-101,855	-40,1423	-10,1567
12	101,855	40,1423	10,1567
13	134,205	52,8942	13,384
14	153,199	60,3809	15,2786
15	164,45	64,8158	16,401
16 (spoj prednje ramenjače s donjakom)	170,292	67,1182	16,9837
17	168,719	66,4985	16,8269
18	151,743	59,8072	15,1337
19	124,763	49,1737	12,4429
20 (spoj stražnje ramenjače s donjakom)	90,5772	35,6994	9,03326
21	64,3816	25,3745	6,42054

22	35,4767	13,9817	3,5375
----	---------	---------	--------

U Tablici 6.2 vidimo da se predznaci raspodjele naprezanja na uzdužnicama poklapaju s funkcijom progiba. Uzdužnice na gornjaci krila su opterećene tlačno dok su uzdužnice na donjaci opterećene vlačno. Krilo je definirano kao greda s nepomičnim osloncem koja je opterećena silom to možemo vidjeti u tome što vrijednost naprezanje u uzdužnicama opada prema vrhu krila. Ta činjenica i opravdava korištene trapeznog krila jer mu je masa manja nego kod pravokutnog uz dovoljnu čvrstoću.

6.2 Metoda 2 (kompozitni materijal)

Druga i treća metoda zahtijevaju dodatne veličine pri izračunavanju krutosti konstrukcije kao što je usmjerenje vlakana unutar slojeva laminata. Iako se dimenzije slojeva i debljine elemenata konstrukcije ne mijenjaju. Program koji je prilagođen za računanje svojstava laminatnih kompozita omogućava mijenjanje debljine i usmjerenja kompozita u konstrukciji krila. Laminatni kompozit korišten u ovom radu je identičan kompozitu koji je korišten u [1]. Pošto nema promjene geometrije uzdužnica a svojstva kompozita ne ovise o duljini rezultati u ovoj analizi su isti kao i kod [1]. Mehanička svojstva jednog sloja preuzete su iz [1] i dana su u Tablici 6.3.

Tablica 6.3 Mehanička svojstva kompozitnog materijala [2]

E_1	148 GPa
E_2	9,65 GPa
ν_{12}	0,3
G_{12}	4,55 GPa
h_0 (debljina jednog sloja)	0,0001 m

Matrica krutosti Q izračunata je prema jednadžbi (3.1):

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 148,874 & 2,91209 & 0 \\ 2,91209 & 9,70696 & 0 \\ 0 & 0 & 4,55 \end{bmatrix} \cdot 10^9 \text{ N/m}^2. \quad (6.8)$$

Transformiranjem matrice krutosti prema jednadžbi (3.5) i uvrštavanjem u jednadžbe (3.6) – (3.8) dobivamo matrice vlačne, smične i savojne krutosti:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 797,513 & 163,677 & 2,79397 \\ 163,677 & 519,18 & 2,79397 \\ 1,86265 & 1,86265 & 180,056 \end{bmatrix} \cdot 10^{-9} \text{ N/m}, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 90,9495 & -8,52651 & -22,7374 \\ -8,52651 & 28,4217 & -22,7374 \\ -22,7374 & -22,7374 & 5,68434 \end{bmatrix} \cdot 10^{-14} \text{ N}, \quad (6.10)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 10,5243 & 0,825752 & 0,278333 \\ 0,825752 & 1,52472 & 0,278333 \\ 0,278333 & 0,278333 & 0,962244 \end{bmatrix} \text{ Nm}. \quad (6.11)$$

Matrice podatljivosti, koje se računaju prema (3.9) iznose:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 1,34064 \cdot 10^{-8} & -4,22652 \cdot 10^{-9} & -1,42446 \cdot 10^{-24} \\ -4,22652 \cdot 10^{-9} & 2,05936 \cdot 10^{-8} & -2,53971 \cdot 10^{-24} \\ -9,4964 \cdot 10^{-25} & -1,69314 \cdot 10^{-24} & 5,55381 \cdot 10^{-8} \end{bmatrix} \text{ m/N}, \quad (6.12)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} -1,39728 \cdot 10^{-21} & 1,92624 \cdot 10^{-21} & 2,01616 \cdot 10^{-21} \\ 8,23651 \cdot 10^{-22} & -5,47265 \cdot 10^{-21} & 5,21221 \cdot 10^{-21} \\ 6,51512 \cdot 10^{-22} & 9,03989 \cdot 10^{-21} & -6,08413 \cdot 10^{-21} \end{bmatrix} 1/\text{N}, \quad (6.13)$$

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} 0,0994125 & -0,0512987 & -0,0139171 \\ -0,0512987 & 0,718889 & -0,193103 \\ -0,0139171 & -0,193103 & 1,09912 \end{bmatrix} 1/(\text{Nm}). \quad (6.14)$$

Krutost i -te uzdužnice je prema jednadžbi (2.24):

$$\widehat{EA}_{uz} = 2,23774 \cdot 10^6 \text{ N}. \quad (6.15)$$

Krutost uzdužnice na spoju ramenjače i oplata:

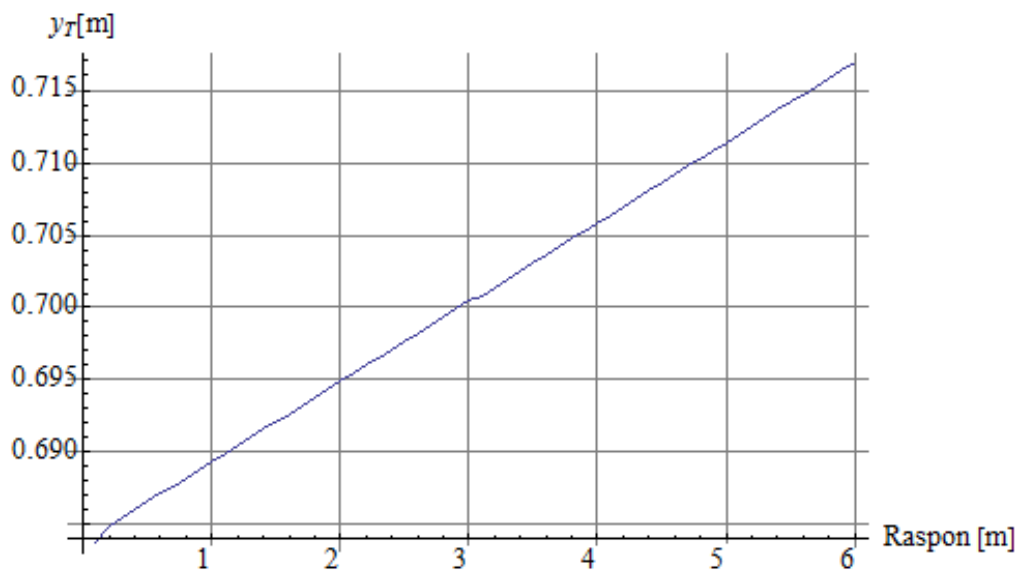
$$\widehat{EA}_r = 4,47547 \cdot 10^6 \text{ N}. \quad (6.16)$$

Ukupna aksijalna krutost svih uzdužnica:

$$\widehat{EA} = 7,6083 \cdot 10^7 \text{ N}. \quad (6.17)$$

Najzanimljivije svojstvo kompozitnih materijala je to da je moguće manipulirati svojstvima materijala promjenom orijentacije slojeva. U poglavlju 3 vidi moda su 4 od 10 slojeva usmjereni u smjeru najvećeg naprezanja. Ukoliko bi svih deset slojeva bilo orijentirano uzduž krila krutost kompozitnog krila bila bi daleko veća u tom smjeru. Takva orijentacija u ovakvom modelu bi bila prihvatljiva ali moramo uzeti u obzir da je opterećenje u ovom programu idealizirano tako da nema nikakvih dodatnih opterećenja osi sile uzgona što u stvarnim uvjetima nikako nije točno.

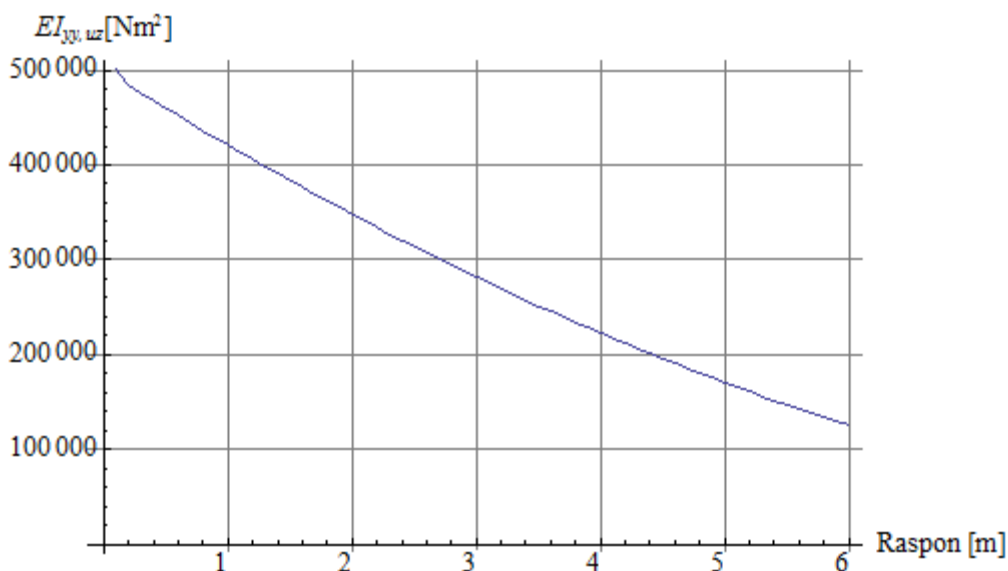
Proračun položaja težišta krila u metodi 2 ne uključuje oplatu već samo krutost uzdužnica. Prema jednadžbi (2.12) izračunava se položaj težišta presjeka krila ovisno o položaju na rasponu krila. Rezultati proračuna težišta dani su u dijagramu na Slici 6.11.



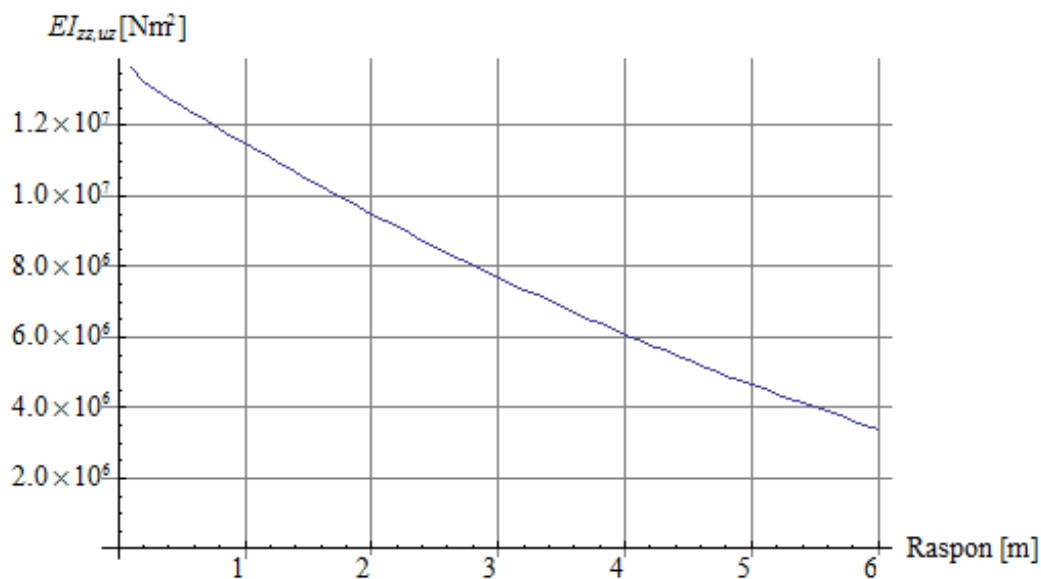
Slika 6.11. Dijagram položaja težišta presjeka krila [m]

Težište kod Metode 2 daje slično ponašanje kao i težište kod Metode 1 razlog tome je isti kao i u Metodi 1 samo kod Metode 2 u proračun težišta ne ulazi oplata pa je težište pomaknuto naprijed.

Nakon određivanja težišta na red dolazi računanje krutosti presjeka ali bez utjecaja oplata. Krutost prema vrhu krila se smanjuje što je i očekivano, jer se i površina presjeka smanjuje.

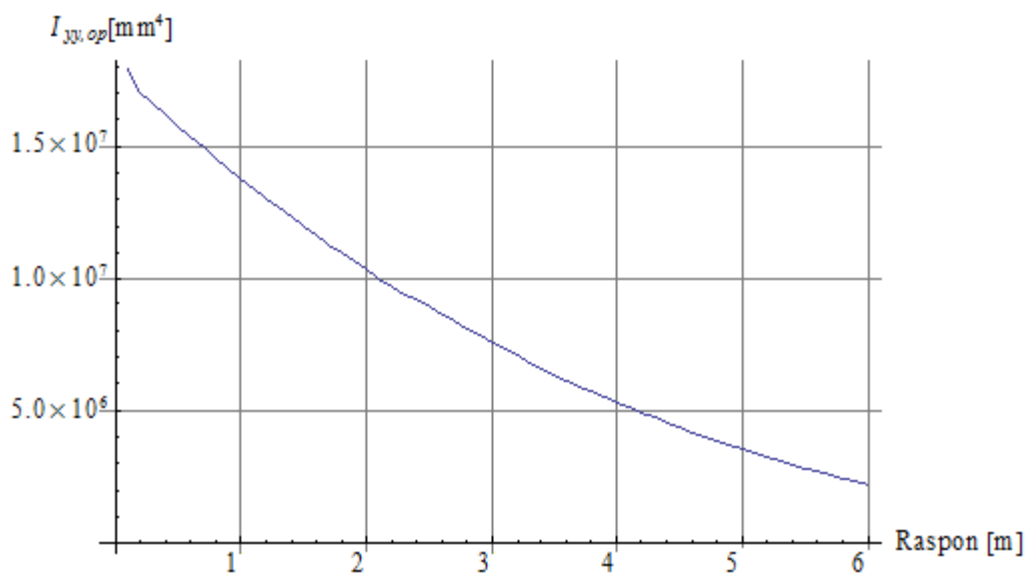


Slika 6.12. Promjena sume krutosti uzdužnica $\widehat{EI}_{yy,uz}$, u ovisno o rasponu [Nm²]

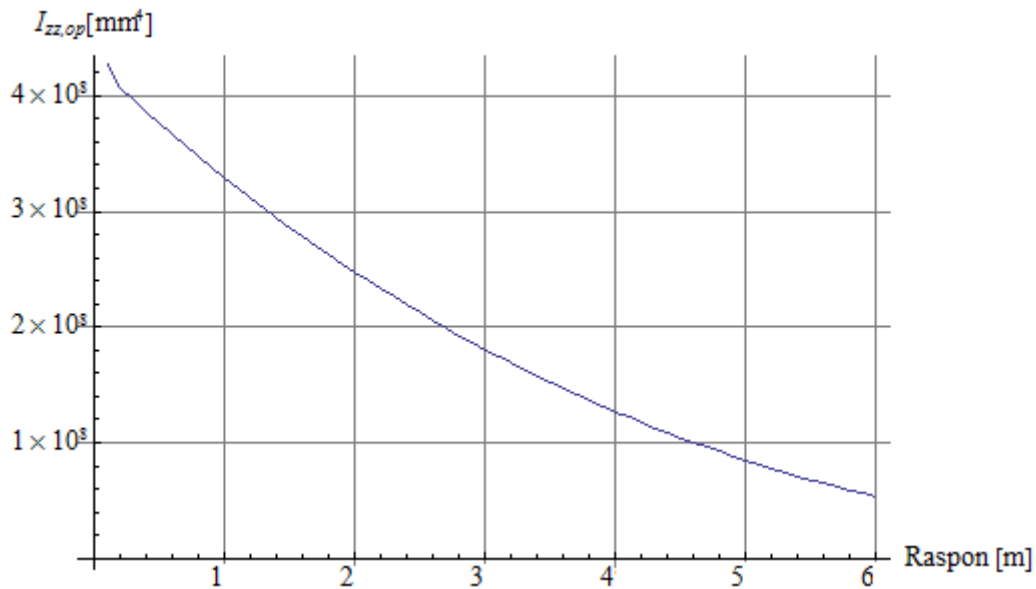


Slika 6.13. Promjena sume krutosti uzdužnica $\widehat{EI}_{zz,uz}$ u ovisno o rasponu [Nm^2]

Iako je krutost svake pojedinačne uzdužnice konstantna kroz cijeli presjek ukupna krutost opada s pomicanjem od korjena krila razlog tome su krakovi udaljenosti od težišta. Utjecaj oplata računa se primjenom jednadžbe (2.10). Na taj način izračunaju se koncentrirane površine *boom*-ova, te se momenti tromosti računaju u odnosu na već izračunato težište.



Slika 6.14. Promjena momenta tromosti oplata $I_{yy,op}$ ovisno o rasponu [mm^4]

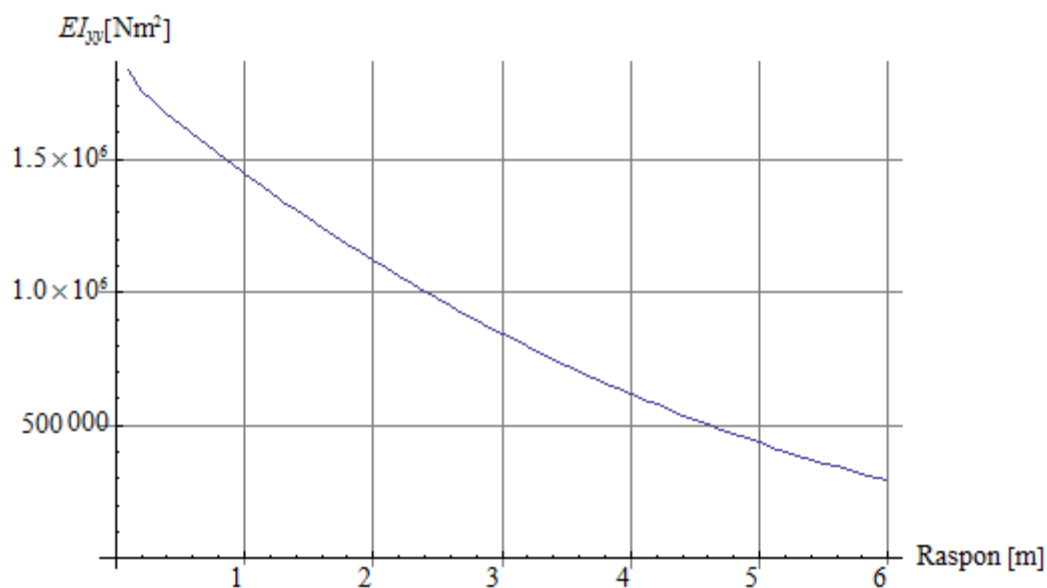


Slika 6.15. Promjena momenta tromosti oplata $I_{zz,op}$ u ovisnosti o rasponu [mm⁴]

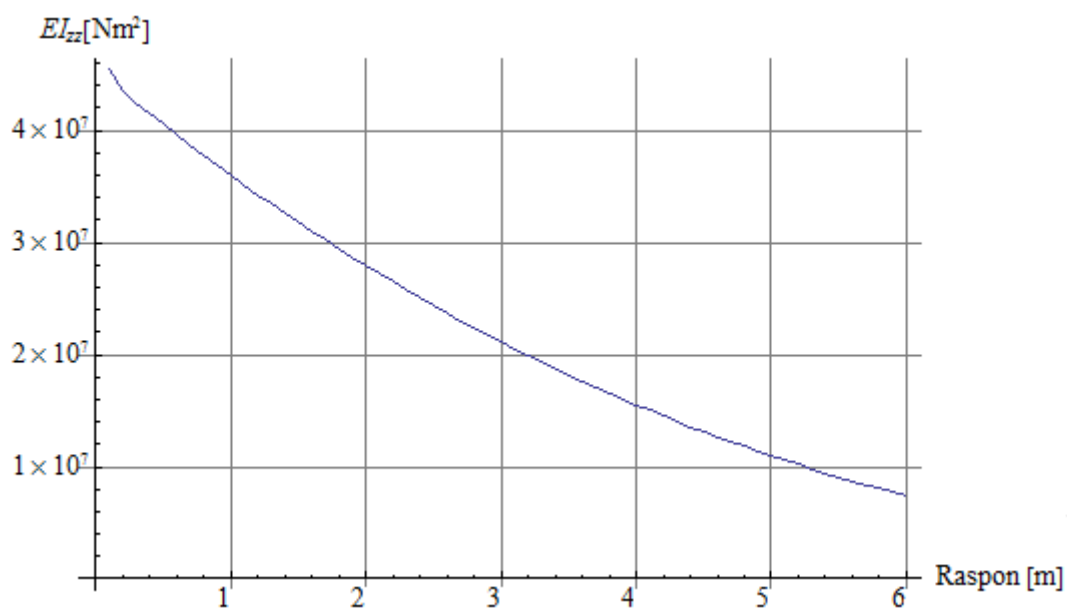
Moment tromosti oplata se mijenja slično kao i u Metodi 1. Metoda 2 oplatu još uvijek idealizira kao izotropni materijal jedina je razlika što modul elastičnosti nije jednak kao i kod aluminijskog krila. Savojne krutosti oplata računaju se množenjem momenata tromosti oplata sa vrijednosti modula elastičnosti kompozita u smjeru raspona krila, prema [2].

$$E_{1,op} = \frac{1}{h \cdot a_{11}} = 74,5912 \cdot \text{GPa}. \quad (6.18)$$

Vrijednost a_{11} je prvi član invertirane matrice vlačne krutosti \mathbf{A} , a h je debljina kompozitnog laminata. Konačna savojna krutost krila se računa zbrajanjem krutosti uzdužnica sa krutosti kojom doprinosi oplata.

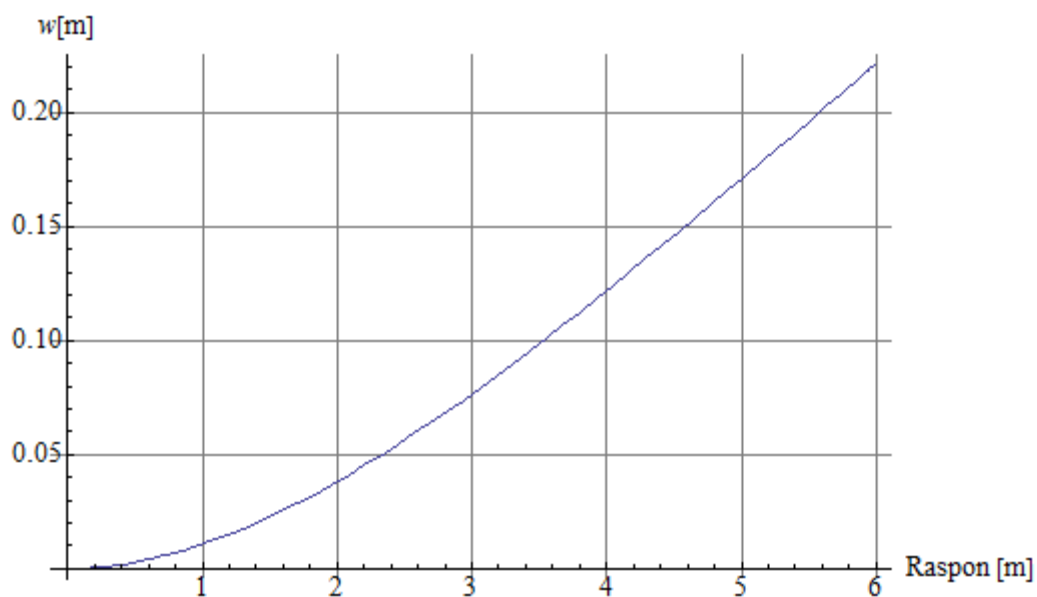


Slika 6.16. Promjena krutosti krila \widehat{EI}_{yy} ovisno o rasponu $[Nm^2]$



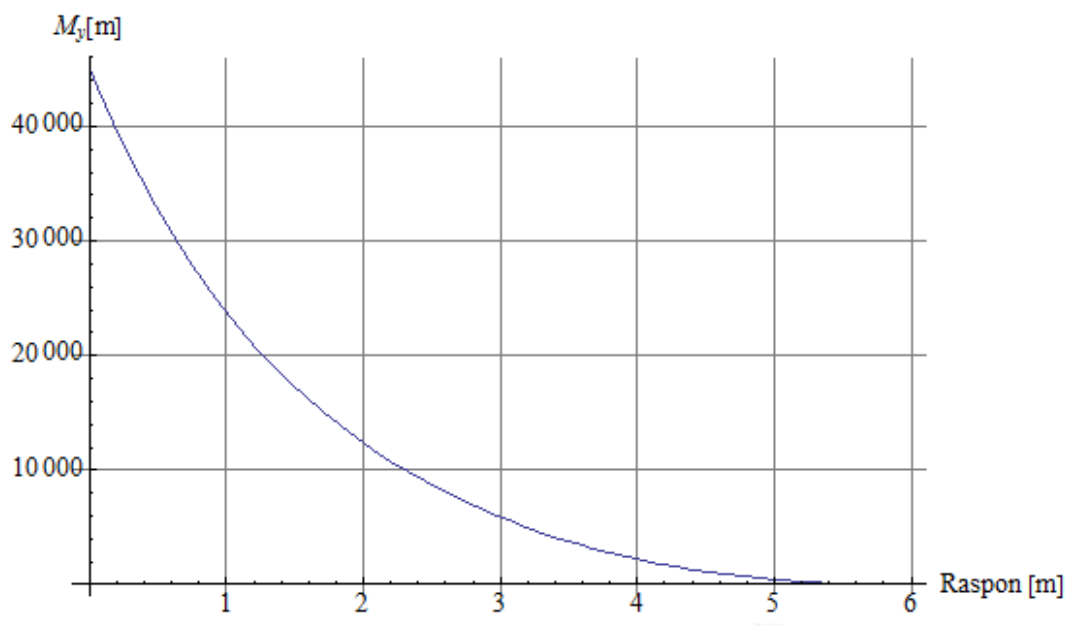
Slika 6.17. Promjena krutosti krila \widehat{EI}_{zz} ovisno o rasponu $[Nm^2]$

Funkcija progiba krila se računa prema jednadžbi (6.5), ta funkcija za kompozitno krilo je prikazana na Slici 6.16. Pri računanju funkcije progiba potrebna je ista procedura kao i u Metodi 1, uz razliku funkcije krutosti koja je ovdje izračunata za kompozitni materijal Metodom 2 dok funkcija opterećenja ostaje ista.



Slika 6.18. Linija progiba kompozitnog krila [m]

Za izračunavanje naprezanje ponovno se upotrebljava funkcija raspodjele momenta savijanja po rasponu krila, opisana jednačbom (6.3).



Slika 6.19. Raspodjela momenata savijanja po polukrilu [Nm]

Za slučaj savijanja kompozitne grede, potrebno je znati radijuse zakrivljenosti progibne linije. Oni se mogu odrediti pomoću jednačbe (6.19): [2]

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \frac{1}{\rho_y} \\ \frac{1}{\rho_z} \\ \vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\widehat{EA}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\widehat{EI}_{zz}}{\widehat{EI}_{yy}\widehat{EI}_{zz} - (\widehat{EI}_{yz})^2} & \frac{-\widehat{EI}_{yz}}{\widehat{EI}_{yy}\widehat{EI}_{zz} - (\widehat{EI}_{yz})^2} & 0 \\ 0 & \frac{-\widehat{EI}_{yz}}{\widehat{EI}_{yy}\widehat{EI}_{zz} - (\widehat{EI}_{yz})^2} & \frac{\widehat{EI}_{yy}}{\widehat{EI}_{yy}\widehat{EI}_{zz} - (\widehat{EI}_{yz})^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\widehat{GI}_t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widehat{N} \\ \widehat{M}_y \\ \widehat{M}_z \\ \widehat{T} \end{bmatrix}. \quad (6.19)$$

Budući da se u analizi koristi samo opterećenje u smjeru osi z , tj. ono koje stvara moment M_y , jednačba 6.19 može se pojednostavniti:

$$\frac{1}{\rho_y} = \frac{\widehat{EI}_{zz}}{\widehat{EI}_{yy}\widehat{EI}_{zz} - (\widehat{EI}_{yz})^2} \cdot \widehat{M}_y, \quad (6.20)$$

$$\frac{1}{\rho_z} = \frac{-\widehat{EI}_{yz}}{\widehat{EI}_{yy}\widehat{EI}_{zz} - (\widehat{EI}_{yz})^2} \cdot \widehat{M}_y. \quad (6.21)$$

Kada znamo radijuse zakrivljenosti, možemo izračunati uzdužne sile za pojedine uzdužnice:

$$\widehat{N}_{xm} = \left(\frac{1}{\rho_y} z_m + \frac{1}{\rho_z} y_m + \epsilon_x^0 \right) \widehat{EA}_m. \quad (6.22)$$

Kako na krilo ne djeluje aksijalna sila, član ϵ_x^0 je jednak 0.

Normalno naprezanje u smjeru raspona krila u pojedinoj uzdužnici dobiva se dijeljenjem aksijalne sile i -te uzdužnice sa njenom površinom. Vrijednosti naprezanja u uzdužnicama na tri različita presjeka krila prikazane su u Tablici 6.4

Tablica 6.4 Naprezanje u uzdužnicama (CFRP za metodu 2)

Redni broj uzdužnice	Položaj presjeka (prema rasponu) [m]		
	0	2	4
	Naprezanje u smjeru raspona krila [MPa]		
1	-39,8667	-15,951	-4,1038
2	-72,3484	-28,9485	-7,4482
3 (spoj stražnje ramenjače s gornjakom)	-101,786	-40,7276	-10,4791
4	-140,202	-56,0997	-14,4345
5	-170,513	-68,231	-17,556
6	-189,597	-75,8647	-19,5202
7	-191,364	-76,5717	-19,702

(spoj prednje ramenjače s gornjakom)			
8	-184,8	-73,9449	-19,0261
9	-172,156	-68,8854	-17,7241
10	-150,813	-60,3442	-15,5262
11	-114,459	-45,7963	-11,7824
12	114,459	45,7963	11,7824
13	150,813	60,3442	15,5262
14	172,156	68,8854	17,7241
15	184,8	73,9449	19,0261
16 (spoj prednje ramenjače s donjakom)	191,364	76,5717	19,702
17	189,597	75,8647	19,5202
18	170,513	68,231	17,556
19	140,202	56,0997	14,4345
20 (spoj stražnje ramenjače s donjakom)	101,786	40,7276	10,4791
21	72,3484	28,9485	7,4482
22	39,8667	15,951	4,1038

Vidljivo je da ponovno imamo tlačno naprezanje na gornjaci odnosno vlačno naprezanje na donjaci krila. Iz rezultata danih u Tablici 6.4 je vidljivo povećanje naprezanja u uzdužnicama u odnosu na rezultate kod aluminijske konstrukcije Tablica 6.2. Razlika se pojavljuje zbog veće aksijalne sile koja se javlja kod kompozitne konstrukcije. Uzrok tome je manja površina koja se doiva Metodom 2 u odnosu na ekvivalentne površine kod Metode 1.

6.3 Metoda 2 (izotropan materijal)

Metoda prikazana u poglavlju 6.2. može se upotrijebiti i za izotropne materijale. Pri tome potrebno je materijal definirati kako je prikazano u tablici 6.4 [6].

Tablica 6.5 Mehanička svojstva izotropnog materijala (Al2024 Metodu 2)[6]

E_1	73 GPa
E_2	73 GPa
ν_{12}	0,33
G_{12}	27,44 GPa
h_0 (debljina jednog sloja)	0,0001 m

Ovakvom analizom dobivaju se funkcije progiba i vrijednosti naprezanja u uzdužnicama koji su istovjetni onima prikazanima u poglavlju 6.1.

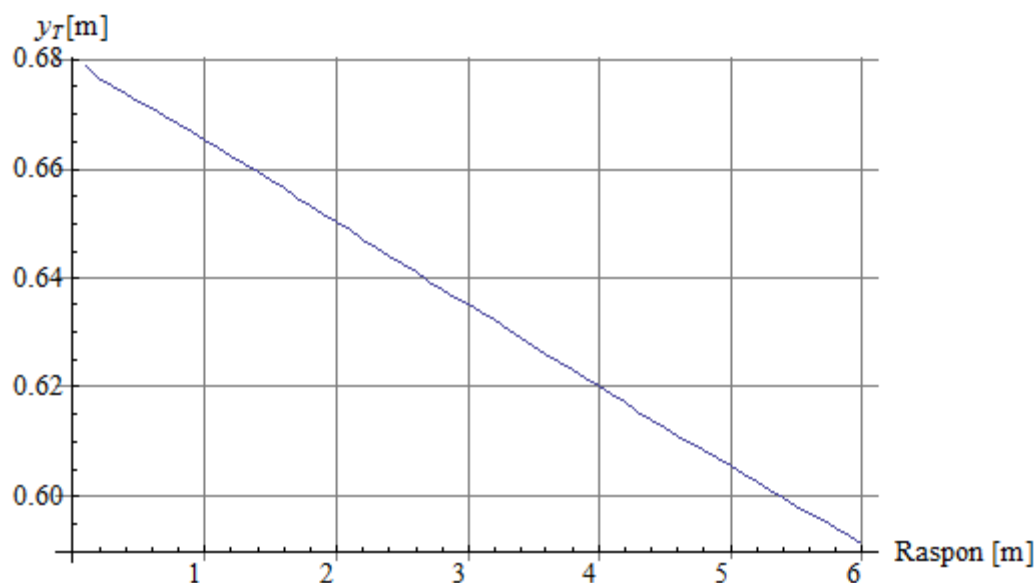
6.4 Metoda 3 (kompozitni materijal)

Metoda 3 za razliku od Metode 2 oplatu diskretizira tankim pravokutnim gredama. Ovakvim pristupom se krutost oplata računa odvojeno od krutosti uzdužnica. Zbroj krutosti uzdužnica i oplata daje ukupnu krutost krila. Poznavanje geometrije krila omogućava računanje težišta svake tanke grede, kao i njihovu širinu prema jednadžbama (2.27) - (2.29). Materijal u Metodi 3 je identičan materijalu u Metodi 2 pa svojstva materijala i matrice podatljivosti nije potrebno ponovno računati. Aksijalna krutost krila je prema jednadžbi (2.31):

$$\widehat{EA} = \sum_{m=1}^M \widehat{EA}_{m,uz} + \sum_{n=1}^N \widehat{EA}_{n,op}$$

$\widehat{EA}_{m,uz}$ Aksijalna krutost pojedine uzdužnice ostaje konstantna kroz čitav raspon krila ali ukupna krutost kojim uzdužnice pridonose krutosti krila se mijenjaju ovisno o presjeku na rasponu krila kao kod Metode 2. Dok krutost oplata nije konstantna ni za jednu gredu kojom je dio oplata diskretiziran. Geometrija grede kojom se diskretizira oplata je identična geometriji oplata razapetoj između dvije uzdužnice. Prateći tu geometriju greda ima oblik trapeza pa se njena krutost mijenja prema jednadžbi (2.30). Ove dvije činjenice pokazuju smjer promjene krutosti krila ovisno o rasponu.

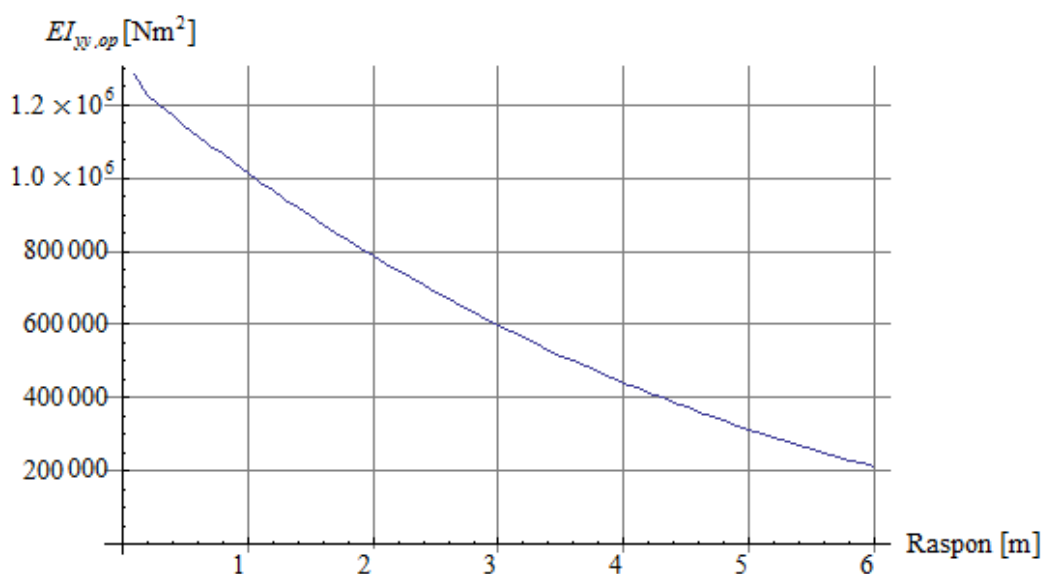
Položaj težišta krila pri izračunu ove metode je prikazan u dijagramu na Slici 6.18.



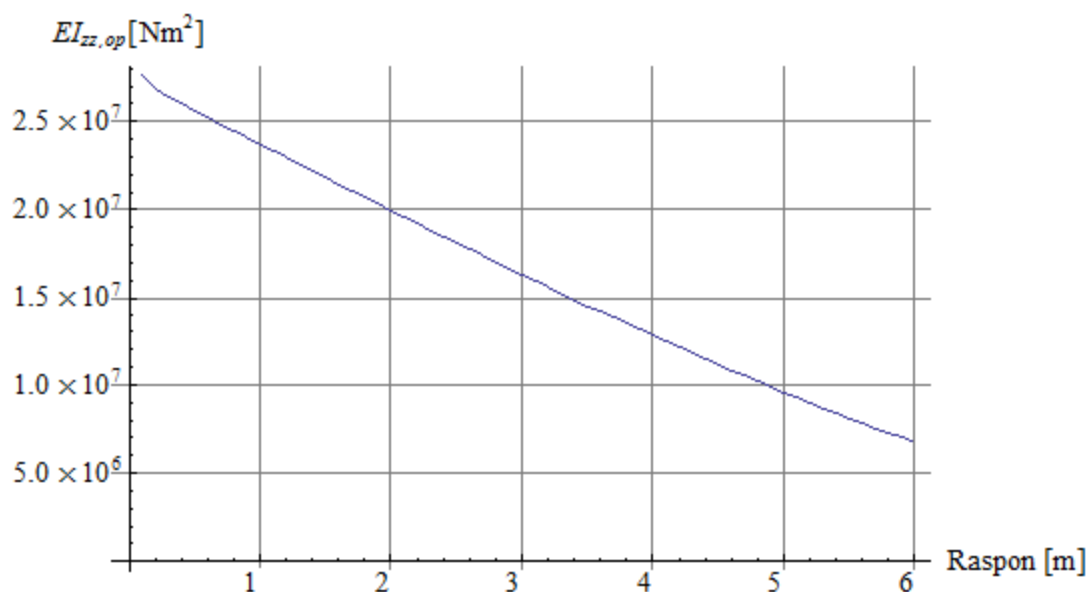
Slika 6.20. Dijagram položaja težišta presjeka krila [m]

Slika 6.19 Prikazuje promjenu položaja težišta presjeka krila ovisno o rasponu, prikazana promjena je uvelike drugačija od prve dvije metode. U dijagramu se vidi da se položaj težišta približava napadnom rubu za razliku od prijašnjih metoda. Razlog tome je uzimanje u obzir dijela oplata koji je izostavljen u prve dvije metode.

Krutost kojom oplata pridonosi krutosti krila prikazana je u Slikama 6.20 i 6.21.

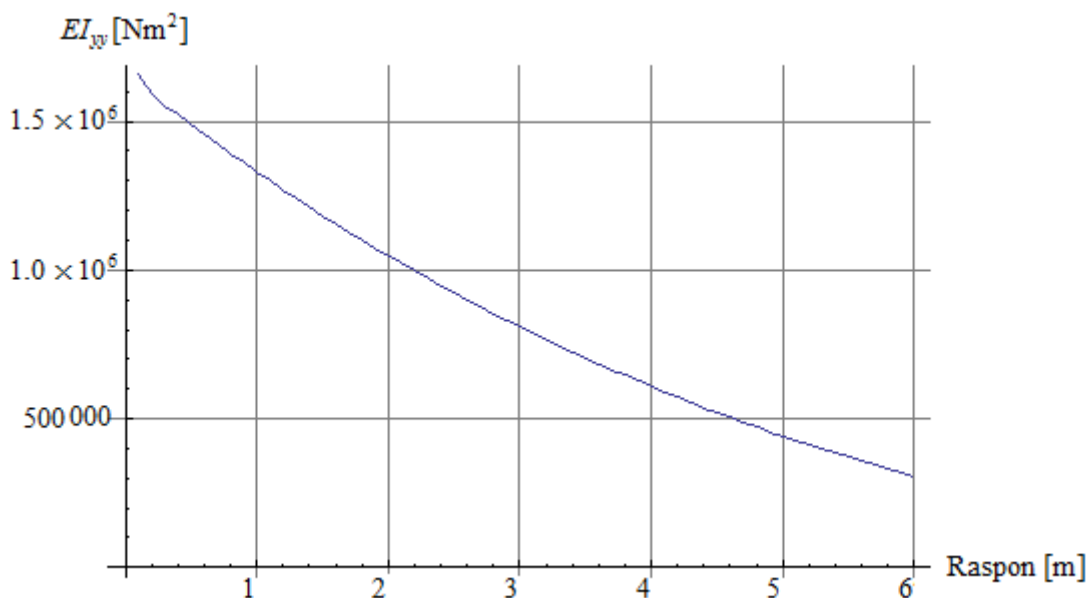


Slika 6.21. Promjena sume krutosti oplata $\widehat{EI}_{yy,op}$ ovisno o rasponu [Nm²]

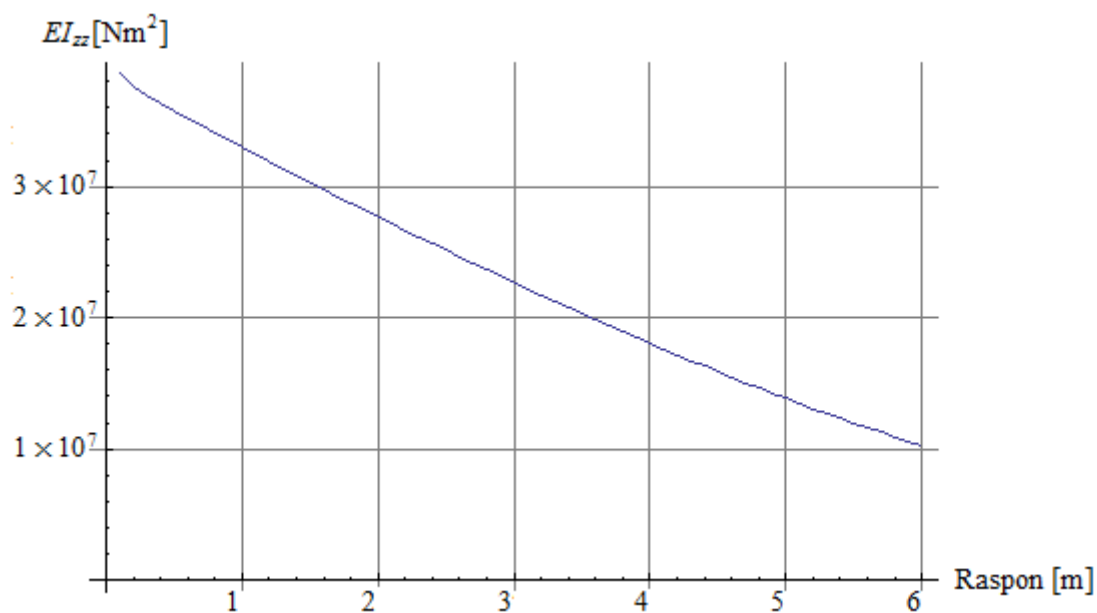


Slika 6.22. Promjena sume krutosti oplata $\widehat{EI}_{zz,op}$ ovisno o rasponu $[Nm^2]$

Ukupna krutost krila se računa prema jednadžbi (2.31) i sastoji se od krutosti uzdužnica te krutosti oplata. Prethodni dijagrami pokazuju da utjecaj oplata nije zanemariv, dapače većinu opterećenja nosi oplata. Razlog tome je sama dimenzija uzdužnica u odnosu na oplatu misli se na debljinu i širinu uzdužnica. Na Slici 6.21. vidimo da funkcija promjene aksijalne krutosti krila po rasponu prati funkciju krutosti dobivenu u Metodi 2.

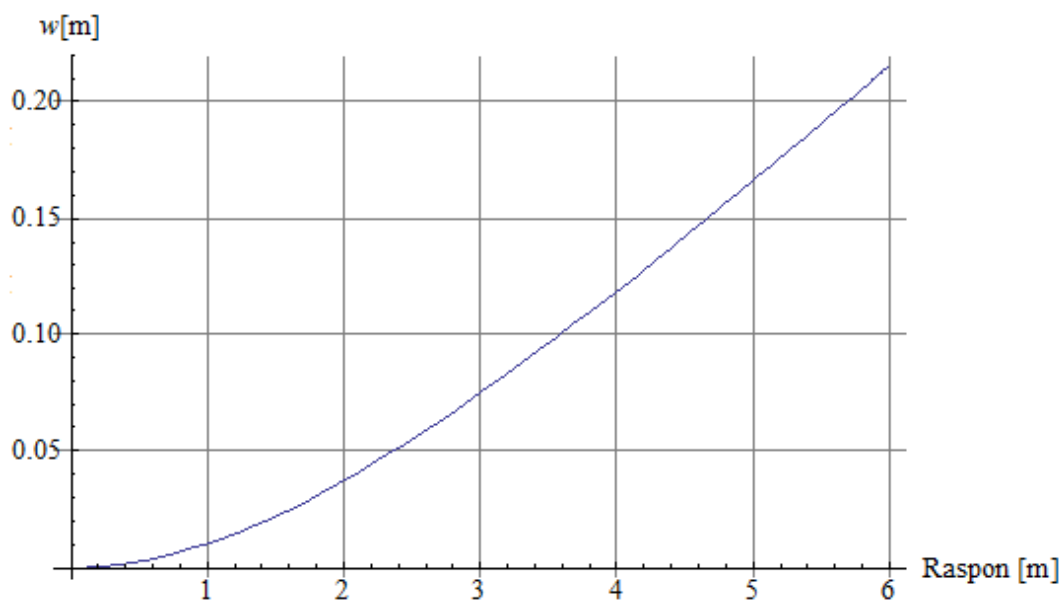


Slika 6.23. Promjena krutosti krila EI_y ovisno o rasponu



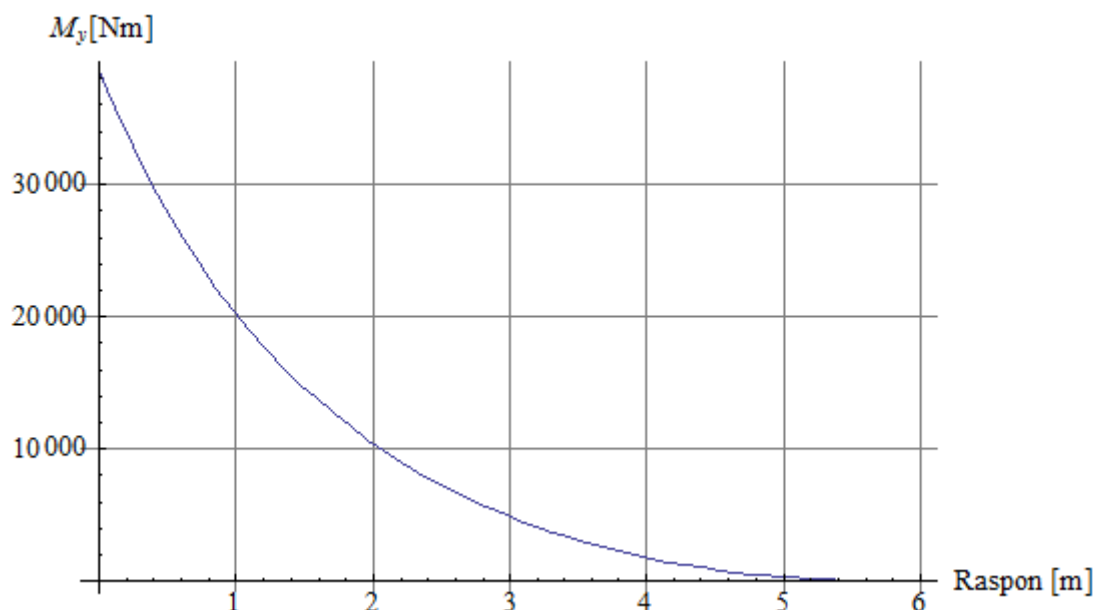
Slika 6.24. Promjena krutosti krila EI_z ovisno o rasponu

Funkcija progiba računa se na način prikazan u poglavlju 6.1. i jednaka je kao i u poglavlju 6.1 četvrtoj derivaciji kvocijenta ograničenja i aksijalne krutosti krila. Za računanje funkcije progiba procedura je jednaka kao i u Metodi 2. Uz jedinu razliku što funkcija krutosti nije jednaka jer je računana Metodom 3.



Slika 6.25. Linija progiba kompozitnog krila [m]

Moment savijanja je izračunat kao u poglavlju 6.1. i prikazan na Slici 6.25.



Slika 6.26. Raspodjela momenata savijanja po rasponu krila [Nm]

Iz dijagrama na Slici 6.26. se vidi da je moment savijanja u ovoj metodi manji nego kod Metode 2, a razlog tome je uzimanje u obzir cijele oplata što prije nije bio slučaj.

Naprezanje u uzdužnicama se vrši kao i u Metodi 2. Najprije se izračunaju zakrivljenosti pojedinih uzdužnica i pomnože s njihovim krutostima nakon toga aksijalna sila u svakoj uzdužnici se podjeli s njenom površinom poprečnog presjeka. Rezultati naprezanja u uzdužnicama dani su u Tablici 6.6.

Tablica 6.6 Naprezanje u uzdužnicama (CFRP za metodu 3)

Redni broj uzdužnice	Položaj presjeka (prema rasponu) [m]		
	0	2	4
	Naprezanje u smjeru raspona krila [MPa]		
1	-37,719	-14,2968	-3,4215
2	-68,4508	-25,9465	-6,20986
3 (spoj stražnje ramenjače s gornjakom)	-96,3021	-36,5041	-8,73684
4	-132,649	-50,282	-12,0346
5	-161,333	-61,1553	-14,6371
6	-179,382	-67,9974	-16,2748
7 (spoj prednje ramenjače s gornjakom)	-181,055	-68,6311	-16,4164

8	-174,844	-66,2767	-15,8628
9	-162,882	-61,7419	-14,7773
10	-142,688	-54,0846	-12,9448
11	-108,293	-41,0471	-9,82342
12	108,293	41,0471	9,82342
13	142,688	54,0846	12,9448
14	162,882	61,7419	14,7773
15	174,844	66,2767	15,8628
16 (spoj prednje ramenjače s donjakom)	181,055	68,6311	16,4164
17	179,382	67,9974	16,2748
18	161,333	61,1553	14,6371
19	132,649	50,282	12,0346
20 (spoj stražnje ramenjače s donjakom)	96,3021	36,5041	8,73684
21	68,4508	25,9465	6,20986
22	37,719	14,2968	3,4215

U tablicama koje slijede dana je usporedba rješenja dobivenih ovim metodama kao i usporedbe aluminijskih i kompozitnih krila. Tablica 6.7. Prikazuje usporedbu progiba i savojne krutosti za aluminijsko krilo Metoda1 i kompozitno krilo Metode 2 i 3.

Tablica 6.7 Usporedba rezultata analiza

	Raspon krila [m]					
	2	4	6	0	2	4
	w [m]	w [m]	w [m]	$\widehat{EI}_{yy}[\text{Nm}^2]$	$\widehat{EI}_{yy}[\text{Nm}^2]$	$\widehat{EI}_{yy}[\text{Nm}^2]$
Metoda 1	0,0369006	0,118003	0,213696	$1,73741 \cdot 10^6$	$1,04805 \cdot 10^6$	$5,69318 \cdot 10^5$
Metoda 2	0,0300128	0,121982	0,221347	$1,83511 \cdot 10^6$	$1,11988 \cdot 10^6$	$6,17839 \cdot 10^5$
Metoda 3	0,037124	0,11882	0,215277	$1,65898 \cdot 10^6$	$1,04899 \cdot 10^6$	$6,08239 \cdot 10^5$

U Tablici 6.8 uspoređena su naprezanja na spoju ramenjača i oplata na gornjaci i donjaci za obe ramenjače.

Tablica 6.8 Usporedba naprezanja

		Raspon krila [m]					
		0		2		4	
		$\sigma_{i,x}$ [Mpa]		$\sigma_{i,x}$ [Mpa]		$\sigma_{i,x}$ [Mpa]	
		Prednja ramenjača	Stražnja ramenjača	Prednja ramenjača	Stražnja ramenjača	Prednja ramenjača	Stražnja ramenjača
Metoda 1	Gornjaka	-170,292	-90,5772	-67,1182	-35,6994	-16,9837	-9,03326
	Donjaka	170,292	90,5772	67,1182	35,6994	16,9837	9,03326
Metoda 2	Gornjaka	-191,364	-101,786	-76,5712	-40,7276	-19,702	-10,4791
	Donjaka	191,364	101,786	76,5712	40,7276	19,702	10,4791
Metoda 3	Gornjaka	-181,055	-96,3021	-68,6311	-36,5041	-16,4264	-8,73684
	Donjaka	181,055	96,3021	68,6311	36,5041	16,4264	8,73684

Prema rezultatima analize kompozitno krilo i krilo izrađeno od aluminijskog imaju sličan progib kao i krutost. Iako je naprezanje u aluminijskom krilu manje nego u krilu napravljenom od kompozita. Uzmemo li u obzir masu i održavanje aluminijskog krila u usporedbi s kompozitnim krilom kao i mogućnost manipulacije svojstvima kompozitne konstrukcije. Za slučaj ovog krila varijanta kompozitne konstrukcije je u prednosti na aluminijskom. Zanimljiva je razlika rezultata za kompozitno krilo različitim metodama. U Tablicama se vidi da Metoda 2 daje najveće vrijednosti naprezanja i krutosti. Razlog tome je nedostatak dijela oplata koji je spomenut u poglavlju 6.

7 ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada bio je prilagoditi već postojeće metode za proračun čvrstoće karakteristikama trapeznog krila. Metode koje su korištene u ovom radu razvijene su u prijašnjim radovima [1] ali ih je trebalo doraditi. Njihova dorada je objašnjena u poglavljima 2, 3, i 6.

Najveći izazov pri izradi rada bilo je implementacija geometrije koja se mijenja duž raspona krila. Problem geometrije je riješen tako da se krilo rasiječe na željeni broj dijelova te za svaki dio zasebno računaju karakteristike presjeka.

Jedno od unaprjeđenja već postojeće metode je u tome što ova metoda omogućava promjenu boja uzdužnica unutar krila, ta mogućnost je postignuta tako da je prostor između rubova krila i ramenjača kao i prostor između ramenjača podijeljen na jednake dijelove ovisno o broju uzdužnica unutar tog prostora. Takvim se rasporedom odmah mogu pronaći i koordinate uzdužnica koje su potrebne u daljnjem proračunu. Uz promjenu broja uzdužnica moguće je mijenjati i kut između napadnog ruba i korijena krila, što omogućava promjenu geometrije od pravokutnog do trapeznog krila. Uz manje preinake može se računati i krila sa strijelom ili trup zrakoplova.

U poglavlju 6 pregledom rezultata uočena je sličnost između progiba za aluminisko i kompozitno krilao. Iako se u kompozitnom krilu javljaju veća naprezanja takva konstrukcija je učinkovitija od aluminiske konstrukcije krila. Manja masa krila izrađenog od kompozita znači da se može prevesti više korisnog tereta uz podjednaku sigurnost konstrukcije.

Kod kompozitnih konstrukcija svojstva kompozita ovise i o orijentaciji slojeva unutar laminata. Orijentaciju je moguće mijenjati u posebno izrađenoj skripti koja računa svojstva kompozitnih materijala. Također je moguće mijenjati i debljinu slojeva što se pokazalo korisnim ukoliko je oplata tanja od struka ramenjače. Ovim dodatnim mogućnostima se raširilo područje na kojima možemo koristiti analitičke metode za proračun čvrstoće tankostijenih konstrukcija. Ovu metodu je lako preformulirati za krilo s dihedralom, samo je potrebna informacija o kutu dihedralne. Poslije toga potrebno je samo ubaciti promjenu položaja referentne točke za svaki presjek tako da se poklapa sa željenom dihedralom. Kada bi se metoda htjela iskoristiti za proračun krila s nesimetričnim profilom kod definiranja aero profila uz jednadžbu (6.1) potrebne su i jednadžbe za proračun srednjice profila [5]. Sustav te tri jednadžbe daje koordinate gornjake i donjake svih četvero i petero znamenkastog NACA profila. Nakon definiranja aeroprofila nastavak analize teče kao u poglavlju 4. Iako je opterećenje u ovom zadatku bilo idealizirano tako da na krilo djeluje samo uzgonska sila a

posljedica toga je samo savijanje krila, daljnjim razvojem ovakvih metoda moguće je brzo i jednostavno proračunati konceptualna ideja u ranim fazama projektiranja.

LITERATURA

- [1] Turčinović, I :*Diplomski rad*, Zagreb, 2012.
- [2] Kollár, L. P., Springer, G. S.: *Mechanics of Composite Structures*, Cambridge University Press, New York, 2003.
- [3] Megson, T.H.G.: *Aircraft Structures for Engineering Students*, Elsevier Ltd., Oxford, 2007.
- [4] Alfiredić, I.: *Nauka o čvrstoći I*, Tehnička knjiga d.d., Zagreb, 1995.
- [5] Krpan, I :*Diplomski rad*, Osijek, 2008.
- [6] Kraut, B.: *Strojarski priručnik*, Axiom d.o.o., Zagreb, 1997.
- [7] Smojver, I : *Mehanika kompozitnih materijala* , Zagreb ver. 06/2007.